Questions rendues publiques
Mathématiques 30–1

Programme d'examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année 2019

Alberta

Ce document est principalement destiné au(x) :

Élèves	✓	
Enseignants	✓	de Mathématiques 30–1
Administrateurs	✓	
Parents		
Grand public		
Autres		

Alberta Education, Government of Alberta

2019-2020

Questions rendues publiques de Mathématiques 30–1

Diffusion : Ce document est diffusé sur le site Web d’Alberta Education.

✓ Ce document est conforme à la nouvelle orthographe.

Dans le présent document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d’alléger le texte.

Table des matières

Veuillez noter que si vous ne pouvez pas accéder directement à l'un des sites Web au moyen des liens qui figurent dans ce document, vous pouvez trouver des documents qui portent sur les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^{e} année sur le site Web d'Alberta Education.

Introduction

Les questions reproduites dans ce livret sont tirées de l'examen de Mathématiques 30–1 en vue de l'obtention du diplôme de 12e année de janvier 2019. Les enseignants peuvent se référer à ces questions de diverses façons afin d'aider les élèves à acquérir et à démontrer une compréhension des concepts décrits dans le Programme d'études de Mathématiques 30–1. Ce document, tout comme le *Programme d'études*, le *Bulletin d'information* et les *Normes d'évaluation et exemples de questions* offre aux enseignants de l'information pouvant les aider à prendre des décisions relatives à la planification pédagogique.

Provincial Assessment Sector rend ces questions publiques en version française et en version anglaise.

Pour obtenir plus de renseignements, veuillez contacter

Delcy Rolheiser, Mathematics 30–1 Exam Manager, au
780-415-6181
Delcy.Rolheiser@gov.ab.ca, ou

Jessica Handy, Mathematics 30–1 Examiner, au
780-422-4327
Jessica.Handy@gov.ab.ca, or

Deanna Shostak, Director, Diploma Examinations, à
Deanna.Shostak@gov.ab.ca, ou

Provincial Assessment Sector, en composant le (780) 427-0010.

Pour appeler sans frais de l'extérieur d'Edmonton, composez d'abord le 310-0000.

Documents connexes

Provincial Assessment Sector appuie l'enseignement de Mathématiques 30–1 en publiant aussi en ligne les documents suivants :

- *Bulletin d'information de Mathématiques 30–1*
- *Mathématiques 30–1 : Normes d'évaluation et exemples de questions*
- *Modèles de tests de Mathématiques 30–1*
- *Information sur les questions à réponse écrite de Mathématiques 30–1*
- *School Reports and Instructional Group Reports*
  Renseignements statistiques détaillés sur le rendement des élèves à l'examen en entier, à l'échelle provinciale, collective et individuelle.

Version 1 de l'examen de Mathématiques 30–1 en vue de l'obtention du diplôme de 12e année – janvier 2019

Sommaire du plan d'ensemble

Dans le tableau ci-dessous, on indique les résultats des questions à correction mécanographique et des questions à réponse écrite de l'examen qui ont été rendues publiques et on montre le pourcentage d'élèves qui ont donné la bonne réponse à chaque question. On indique aussi la bonne réponse, le sujet d'étude, le résultat d'apprentissage, la norme et les niveaux cognitifs.

Sujets		**Niveaux cognitifs**	**Normes**
RF	Relations et fonctions	Concepts	Acceptable
TRIG	Trigonométrie	Procédures	Excellence
PCBT	Permutations, combinaisons et théorème du binôme	Résolution de problèmes	

Question	Diff.*	Clé de correction	Sujet d'etude	Résultat d'apprentissage	Niveau cognitif	Norme
CM1	83,7 %	B	RF	2	Procédures	Acceptable
CM2	86,3 %	D	RF	3, 5	Concepts	Acceptable
CM3	83,8 %	D	RF	3	Concepts	Acceptable
CM4	84,9 %	C	RF	4	Procédures	Excellence
CM5	66,0 %	B	RF	5	Concepts	Acceptable
CM6	53,5 %	C	RF	6	Concepts	Excellence
CM7	77,6 %	A	RF	6, 9	Résolution de problèmes	Acceptable
RN1	56,2 %	135	RF	7	Résolution de problèmes	Acceptable
CM8	75,0 %	B	RF	7, 8	Résolution de problèmes	Acceptable
CM9	56,9 %	C	RF	8	Procédures	Acceptable

Question	Diff.*	Clé de correction	Sujet d’etude	Résultat d’apprentissage	Niveau cognitif	Norme
RN2	54,1 %	6,25	RF	9	Résolution de problèmes	Excellence
CM10	75,8 %	A	RF	10	Résolution de problèmes	Acceptable
RN3	45,4 %	5,95	RF	10	Résolution de problèmes	Acceptable
CM11	86,5 %	B	RF	11	Procédures	Acceptable
CM12	68,5 %	A	RF	12	Résolution de problèmes	Acceptable
RN4	56,9 %	28	RF	12	Procédures	Acceptable
CM13	63,9 %	A	RF	13	Concepts	Acceptable
RN5	81,5 %	2,25	RF	14	Concepts	Acceptable
CM14	52,5 %	D	RF	1, 14	Résolution de problèmes	Excellence
CM15	81,8 %	C	TRIG	1	Procédures	Acceptable
CM16	71,4 %	B	TRIG	2	Concepts	Acceptable
RN6	39,9 %	15	TRIG	2	Résolution de problèmes	Acceptable
CM17	76,7 %	D	TRIG	3	Concepts	Acceptable
CM18	67,2 %	A	TRIG	3, 6	Résolution de problèmes	Excellence
CM19	77,0 %	B	TRIG	4	Concepts	Acceptable
CM20	61,9 %	A	TRIG	4	Résolution de problèmes	Acceptable
RN7	76.9%	132	TRIG	6	Résolution de problèmes	Acceptable
CM21	47,5%	C	TRIG	6	Procédures	Excellence
CM22	68,6%	B	PCBT	2	Concepts	Acceptable
CM23	70,5%	D	PCBT	3	Résolution de problèmes	Acceptable
CM24	71,3 %	D	PCBT	4	Procédures	Acceptable
RN8	54,1 %	34, 43	PCBT	4	Concepts	Excellence

*Difficulté — proportion d’élèves qui ont donné la bonne réponse à la question

Question	Note brute moyenne	Clé de correction	Sujet d'étude	Résultat d'apprentissage	Niveau cognitif	Norme
RÉ1	3,2/5	Voir exemple de solution	RF	1	Concepts, Procédures	Acceptable, Acceptable
RÉ2	2,6/5	Voir exemple de solution	TRIG	5, 1	Procédures, Concepts	Excellence, Acceptable
RÉ3	3,1/5	Voir exemple de solution	PCBT	3, 1, 2	Procédures, Résolution de problèmes	Acceptable, Acceptable

Version 1 de l'examen de Mathématiques 30–1 en vue de l'obtention du diplôme de 12e année – janvier 2019
Questions rendues publiques

1. Le point $P(3, 8)$ est sur le graphique de $y = b^x$, où $b > 1$. Le point correspondant, P', sur le graphique de $y + 3 = b^{x+1}$ est

A. (2, 11)
B. (2, 5)
C. (4, 11)
D. (4, 5)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 2.

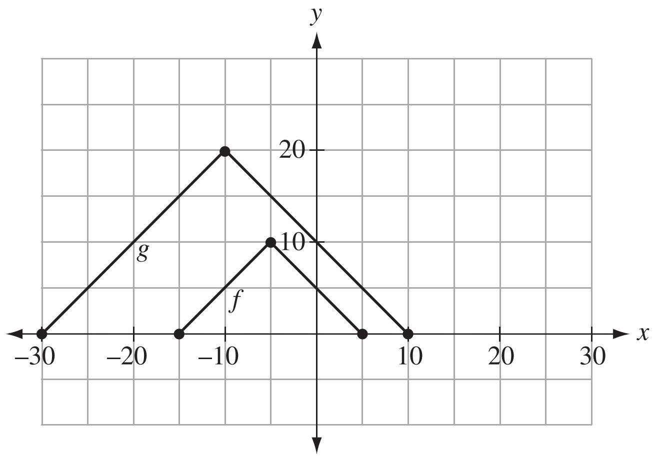
La fonction $y = f(x)$ a un domaine de $\{x \in R \mid 2 \le x \le 6\}$ et une image de $\{y \in R \mid -4 \le y \le 8\}$. La fonction subit les transformations $y = -f\left(\frac{1}{2}x\right)$.

2. Le domaine et l'image de la fonction transformée sont indiqués dans la rangée

Rangée	Domaine	Image
A.	$\{x \in R \mid -12 \le x \le -4\}$	$\{y \in R \mid -4 \le y \le 8\}$
B.	$\{x \in R \mid -6 \le x \le -2\}$	$\{y \in R \mid -8 \le y \le 16\}$
C.	$\{x \in R \mid 1 \le x \le 3\}$	$\{y \in R \mid -8 \le y \le 4\}$
D.	$\{x \in R \mid 4 \le x \le 12\}$	$\{y \in R \mid -8 \le y \le 4\}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 3.

Le graphique de $y = f(x)$ subit des transformations et devient le graphique de $y = g(x)$, comme illustré ci-dessous.



3. Une équation de $g(x)$ en fonction de $f(x)$ est

A. $g(x) = f(2x) + 10$

B. $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right) + 10$

C. $g(x) = 2f(2x)$

D. $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x\right)$

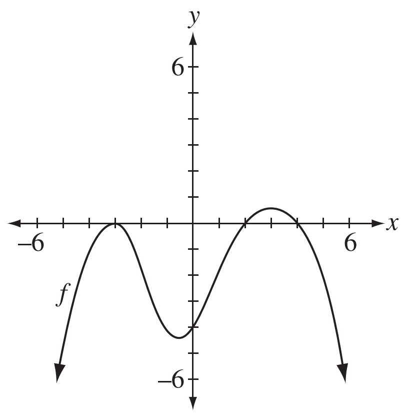
---

4. Si le point $A(-3, 4)$ est un point sur le graphique de $y = f(x)$, on peut conclure que le point-image correspondant, A', sur le graphique de $y = \frac{1}{2}f(3x + 12) - 1$ est

A. (3, 1)
B. (3, 7)
C. (–5, 1)
D. (–5, 7)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 5.

Voici le graphique de $y = f(x)$.



5. Le nombre de points qui seront invariants si le graphique de $y = f(x)$ subit une réflexion par rapport à la droite $y = x$ est

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

---

6. Une restriction du domaine du graphique de la fonction quadratique $f(x) = a(x - c)^2 + d$, de sorte que la réciproque de $y = f(x)$ soit **toujours** une fonction est

A. $x \geq 0$
B. $x \geq a$
C. $x \geq c$
D. $x \geq d$

7. Soit la fonction $f(x) = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x - 16$, l'ordonnée à l'origine du graphique de $y = f^{-1}(x)$, au centième près, est

A. –1,26
B. –2,52
C. –9,64
D. –12,00

Réponse numérique

1. Si $\log_2 k = \frac{1}{2}$ et que $\operatorname{cosec}\theta = k$, où $90° \le \theta \le 270°$, la valeur de θ, au degré près est de __________°.

(Notez votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

8. Si $\log_3 5 = 3y$, $\log_3 4 = 2x$ et $\log_3 m^2 = 6$, on peut dire que $\log_3\left(100m^4\right)$ est équivalent à

A. $3y + 2x + 6$

B. $6y + 2x + 12$

C. $6y + 2x + 24$

D. $9y^2 + 2x + 36$

9. L'expression $\log_a b + 4\log_a(ac) - 4$, où $a > 1$, $b > 1$ et $c > 1$, écrite sous la forme d'un seul logarithme, est

A. $\log_a\left(\dfrac{ba^4c^4}{4}\right)$

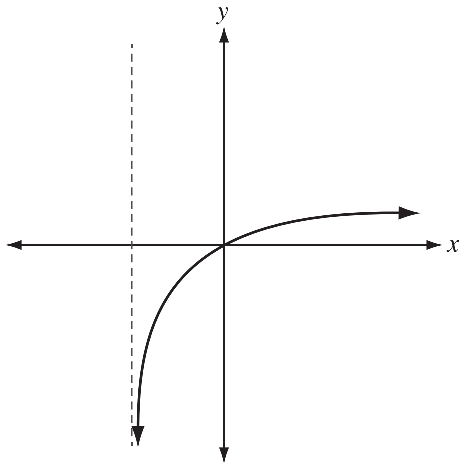
B. $\log_a\left(\dfrac{bc^4}{a^3}\right)$

C. $\log_a\left(bc^4\right)$

D. $\log_a(bc)$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 2.

Le graphique de $y = \log_b(x + c)$, montré ci-dessous, passe par les points $(0, 0)$ et $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$.



Réponse numérique

2. La valeur de la base, ***b***, au centième près, est __________ .

(Notez votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

10. Soit $y = \dfrac{a^x}{a^{(2x-6)}}$ et $\log_a y = x$, où $a > 1$, la valeur de x est

A. 3

B. -3

C. 0 et $\dfrac{7}{2}$

D. $-\dfrac{3}{2}$ et 2

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 3.

Joe a fait un placement de 4 500 $ à un taux d'intérêt annuel fixe, composé annuellement. Après 12 ans, la valeur du placement a doublé.

Réponse numérique

3. Au centième de pour cent près, le placement de Joe a rapporté des intérêts composés annuellement de ______%/an.

(Notez votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 11.

Pour factoriser la fonction polynomiale $p(x) = 3x^3 - 2x^2 - 19x - 6$, un élève a déterminé que la fonction a un zéro en $x = 3$. Il a ensuite écrit la fonction polynomiale sous forme de produit d'un facteur linéaire et d'un facteur quadratique, comme illustré ci-dessous, où $a \in Z$, $b \in Z$ et $c \in Z$.

$$p(x) = (x + a)(3x^2 + bx + c)$$

11. Dans laquelle des rangées suivantes identifie-t-on les valeurs correctes de ***a*** et ***b***?

Rangée	***a***	***b***
A.	–3	–11
B.	–3	7
C.	3	–11
D.	3	7

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 12.

> Une fonction polynomiale a les caractéristiques suivantes.
>
> - Un facteur de $(x + 2)$ de multiplicité 3
> - $P(0) = -24$
> - Une valeur minimale de –66

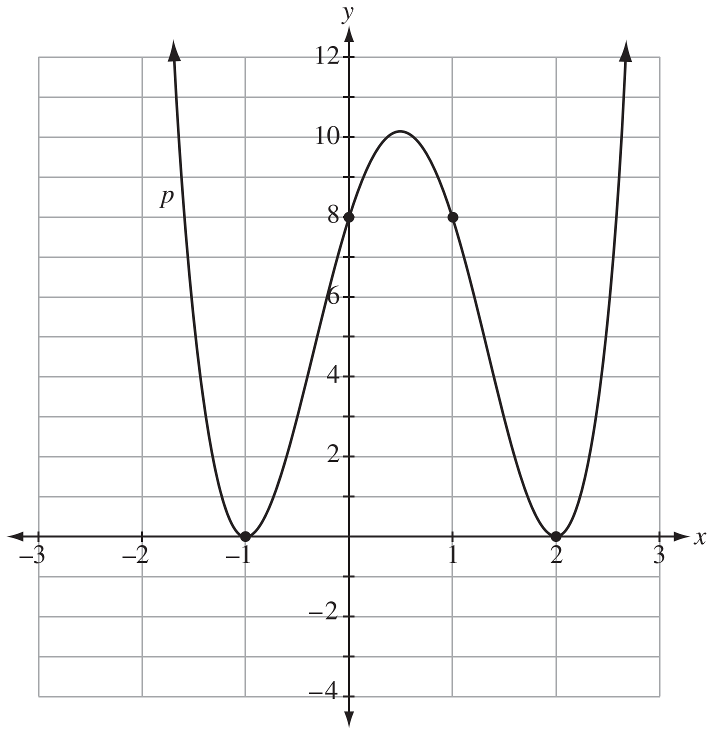
12. *Pour la fonction polynomiale décrite ci-dessus, le degré minimum possible est* ___***i***___ *et le coefficient dominant est* ___***ii***___ .

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	***i***	***ii***
A.	4	positif
B.	4	négatif
C.	5	positif
D.	5	négatif

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 4.

Les abscisses à l'origine et les ordonnées à l'origine du graphique de la fonction polynomiale ci-dessous sont des nombres entiers. L'équation de la fonction peut s'écrire sous la forme $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, où $a \in Z$, $b \in Z$, $c \in Z$, $d \in Z$ et $e \in Z$.



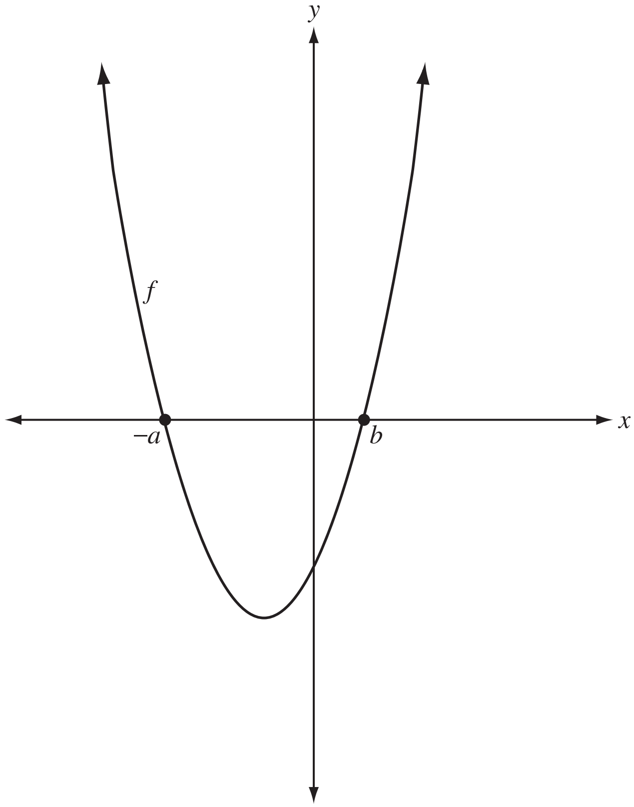
Réponse numérique

4. Dans l'équation ci-dessus, les valeurs de ***a*** et ***e*** sont respectivement _____ et _____.

(Notez les **deux chiffres** de votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 13.

Voici le graphique de $y = f(x)$. On doit tracer le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ sur le même plan cartésien.



13. *Le graphique de la fonction $y = \sqrt{f(x)}$ aura un domaine de* ___***i***___ *et il y a* ___***ii***___ *points invariants associés à cette transformation.*

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	***i***	***ii***
A.	$\{x \in R \mid x \leq -a \text{ ou } x \geq b\}$	4
B.	$\{x \in R \mid x \leq -a \text{ ou } x \geq b\}$	2
C.	$\{x \in R \mid -a \leq x \leq b\}$	4
D.	$\{x \in R \mid -a \leq x \leq b\}$	2

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 5.

L'asymptote verticale du graphique de la fonction rationnelle $y = \dfrac{x^2 - 3x - 10}{4x^2 - x - 18}$ est définie par l'équation $x = k$.

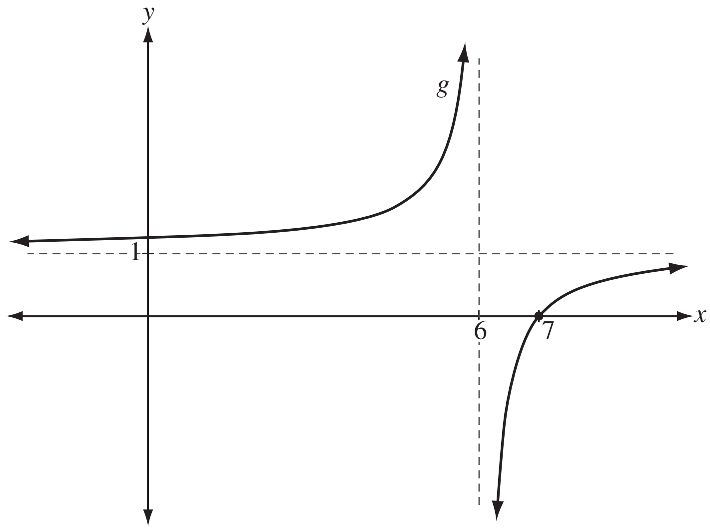
Réponse numérique

5. La valeur de $\boldsymbol{k}$, au centième près, est ___________.

(Notez votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 14.

Le graphique de $g(x)$, montré ci-dessous, peut être représenté sous la forme $g(x) = \dfrac{a}{x - b} + c$.



La fonction $f(x)$ est définie par l'équation $f(x) = x^2 + 3x - 4$.

14. Le domaine de la fonction $h(x) = (g \circ f)(x)$ aura comme restriction

A. $x \neq 6$

B. $x \neq 0$

C. $x \neq -4$ et $x \neq 1$

D. $x \neq -5$ et $x \neq 2$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 15.

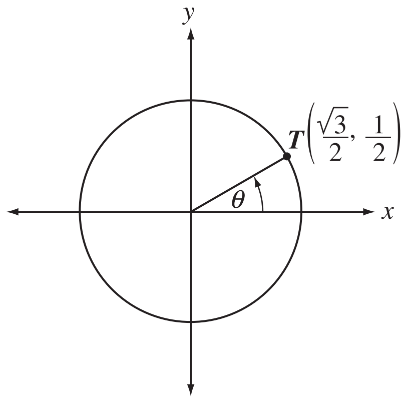
Un carrousel circulaire a un diamètre de 22 m. Un adulte se tient debout sur le bord extérieur du carrousel qui tourne.

15. L'angle au centre formé quand l'adulte parcourt 10 m, au degré près, est de

A. 26°
B. 38°
C. 52°
D. 63°

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question 16.

Le point $T\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ est le point d’intersection du cercle unitaire et du côté terminal de l’angle θ, en position standard, comme illustré ci-dessous.



16. Si l’angle de rotation subit un changement et qu’il devient $\theta - \frac{3\pi}{2}$, les coordonnées du point d’intersection du cercle unitaire et du côté terminal seront

A. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 6.

Le point $(a, -2a)$, où $a > 0$, est le point d'intersection entre le côté terminal de l'angle θ, tracé en position standard, et le cercle unitaire. La valeur de a peut s'écrire sous la forme $\frac{m}{\sqrt{n}}$, où m et n sont des nombres naturels à un chiffre.

Réponse numérique

6. Les valeurs de ***m*** et ***n*** sont respectivement _____ et _____.

(Notez les **deux chiffres** de votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

17. Si $\sec\theta = \frac{13}{12}$, où $\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 2\pi$, la valeur de $\operatorname{cosec}\theta$ est

A. $\frac{5}{13}$

B. $\frac{13}{5}$

C. $-\frac{5}{13}$

D. $-\frac{13}{5}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 18.

Les angles α et β sont tracés en position standard avec le point $(-7, -4)$ sur le côté terminal de l'angle α et avec le point $(2, -1)$ sur le côté terminal de l'angle β.

18. La valeur **exacte** de $\tan(\alpha + \beta)$ est

A. $\frac{1}{18}$

B. $-\frac{1}{18}$

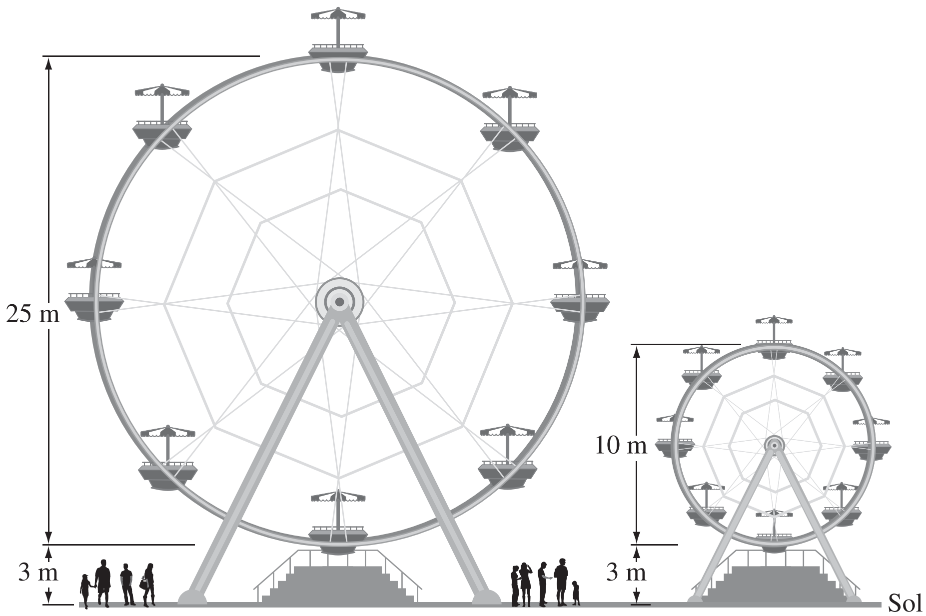
C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 19.

Dans un parc d'attractions, des personnes embarquent en bas de chacune des deux grandes roues, à 3 m au-dessus du sol. Il faut 40 secondes pour que chaque grande roue exécute une révolution complète. La plus grande roue a un diamètre de 25 m et la plus petite roue a un diamètre de 10 m.

La hauteur à laquelle se trouve une personne sur chacune des roues peut être exprimée sous la forme $h(t) = a\cos\left[b(t-c)\right] + d$, où $h(t)$ représente la hauteur au-dessus du sol en mètres, t secondes après que la roue a commencé à tourner.



19. Les deux paramètres qui **doivent** être différents dans les deux fonctions sont

A. a et b
B. a et d
C. b et c
D. c et d

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 20.

On peut représenter la température moyenne d'une petite ville en Alberta par la fonction $T = 15,8\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right) + 5$, où T représente la température moyenne en degrés Celsius et t représente le temps en mois après le 1er janvier.

20. Le nombre minimum de mois, au dixième de mois près, qu'il faut pour que la température moyenne de la petite ville passe de 5 °C à 15 °C est de

A. 1,3 mois
B. 2,6 mois
C. 3,0 mois
D. 4,3 mois

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

On peut simplifier chacune des expressions trigonométriques suivantes de façon à obtenir une valeur numérique, où $\cos\theta \neq 0$ et $\sin\theta \neq 0$.

Numéro de l'expression	Expression trigonométrique
1	$\left(\tan^2\theta - \sec^2\theta\right) - 1$
2	$\dfrac{\tan\theta\cos\theta}{\sin\theta}$
3	$\sec\theta - \dfrac{\operatorname{cosec}\theta}{\operatorname{cotan}\theta}$

Réponse numérique

7. En utilisant les numéros des expressions trigonométriques ci-dessus, leur ordre correct, de l'expression ayant la valeur la moins élevée à l'expression ayant la valeur la plus élevée, est

Numéro de l'expression : __________ , __________ et __________ .
Valeur la moins élevée — **Valeur la plus élevée**

(Notez les **trois chiffres** de votre réponse dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

21. Les valeurs non permises de x pour l'identité $\operatorname{cosec} x \tan x = \sec x$ sont

A. $\frac{\pi}{2} + 2n\pi$, où $n \in Z$

B. $\frac{\pi}{2} + n\pi$, où $n \in Z$

C. $\frac{n\pi}{2}$, où $n \in Z$

D. $n\pi$, où $n \in Z$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 22.

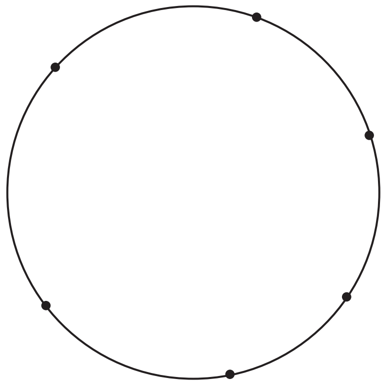
Les 9 joueurs d'une équipe de volleyball doivent se tenir ensemble en ligne droite pour une photo d'équipe. Le photographe place le plus petit joueur de l'équipe à l'une des 2 extrémités de la ligne droite et le joueur le plus grand au milieu.

22. Le nombre de façons dont on peut placer les joueurs pour la photo est

A. 5 040
B. 10 080
C. 20 160
D. 80 640

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 23.

On dessine un cercle avec 6 points sur sa circonférence, tel que représenté dans le diagramme ci-dessous. Un élève crée des polygones qui comportent au moins 3 côtés en reliant les points avec des lignes droites.



23. Le nombre de polygones qui peuvent être créés et qui comportent **au plus** 4 côtés est

A. 15
B. 20
C. 22
D. 35

24. Le coefficient du neuvième terme dans le développement de $(3x - 1)^{10}$, écrit en puissances décroissantes de x, est

A. -9
B. -30
C. 135
D. 405

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 8.

Voici six énoncés portant sur le développement du binôme $\left(x^2 - \frac{1}{2x}\right)^n$.

Énoncé 1 Le développement comprend $n - 1$ termes.

Énoncé 2 Le développement comprend n termes.

Énoncé 3 Le développement comprend $n + 1$ termes.

Énoncé 4 Le plus grand exposant de la variable x est $2n$.

Énoncé 5 Le plus grand exposant de la variable x est n.

Énoncé 6 Le plus grand exposant de la variable x est $n + 2$.

Réponse numérique

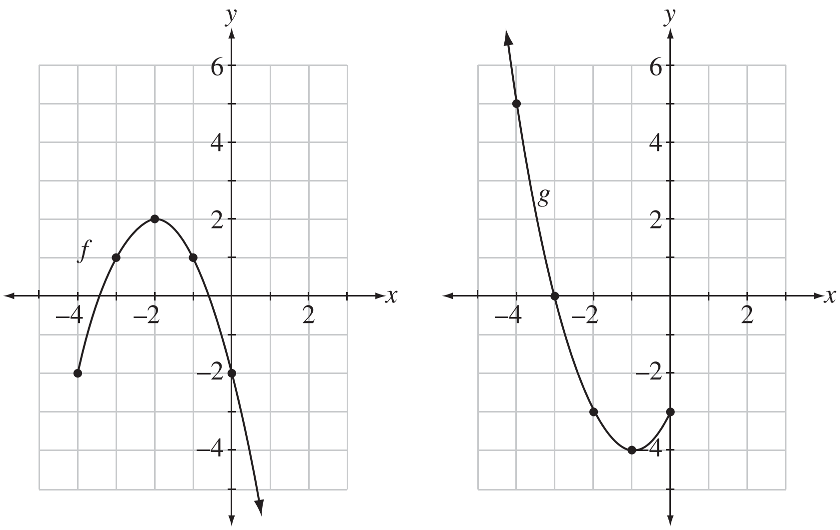
8. Les deux énoncés corrects ci-dessus sont numérotés _____ et _____.

(Notez les **deux chiffres** de votre réponse **dans n'importe quel ordre** dans la section des réponses numériques sur la feuille de réponses.)

La question à réponse écrite 1 commence à la page suivante.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

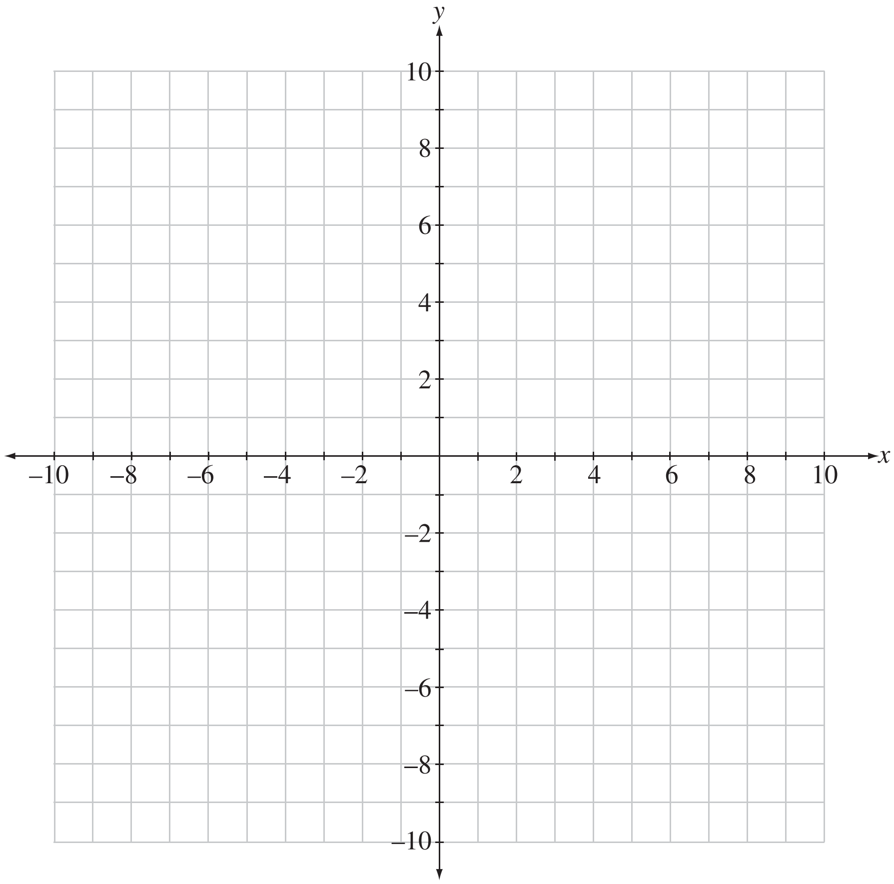
Les graphiques de deux fonctions, $f(x)$ et $g(x)$, sont montrés ci-dessous. Trois nouvelles fonctions, $j(x)$, $k(x)$ et $h(x)$, sont définies par $j(x) = (f \circ g)(x)$, $k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ et $h(x) = g(x) - f(x)$.



Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Déterminez** quelle fonction, $j(x)$ ou $k(x)$, a la plus grande valeur quand $x = 0$. **[2 points]**

b. **Esquissez** le graphique de $h(x)$ sur le plan cartésien ci-dessous. Identifiez les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et énoncez le domaine de la fonction. **[3 points]**



Coordonnées de l'ordonnée à l'origine : ________________________________

Domaine : ________________________________

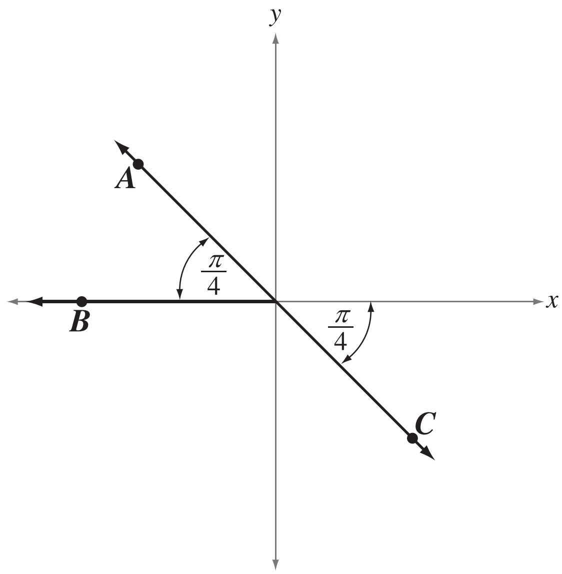
La question à réponse écrite 2 commence à la page suivante.

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Résolvez algébriquement** l'équation $\sec^2\theta + \sec\theta = 2$, où $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$.
Énoncez la solution sous forme de valeurs **exactes**. **[3 points]**

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

Les points A, B et C sont sur les côtés terminaux d'angles tracés en position standard, comme illustré ci-dessous. Ces angles sont les solutions pour θ dans une équation trigonométrique unique.



b. Énoncez la solution générale de cette équation. **[2 points]**

La question à réponse écrite 3 commence à la page suivante.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 3.

Dans une classe de mathématiques, des élèves créent des messages codés qu'ils transmettent ensuite à un partenaire.

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** Étant donné qu'il y a 630 différentes paires d'élèves qui sont possibles, **déterminez algébriquement** le nombre d'élèves qu'il y a dans cette classe de mathématiques. **[3 points]**

Utilisez l'information suivante pour répondre à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

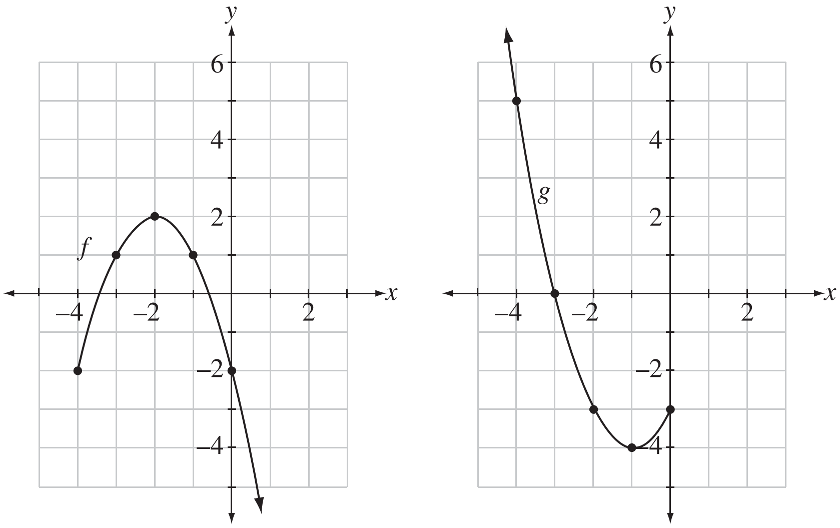
On demande à un élève de coder le mot **BINÔME** en remplaçant chaque lettre du mot par un symbole mathématique différent. Il y a 10 symboles mathématiques possibles. L'élève crée une clé, à savoir une liste des symboles et des lettres qu'ils remplacent. Il donne la clé à son partenaire pour qu'il l'utilise afin de décoder le mot.

b. **Expliquez** comment vous pourriez déterminer le nombre de clés différentes qui peuvent être créées pour le mot **BINÔME** et **déterminez** le nombre de clés possibles en utilisant votre stratégie. **[2 points]**

Question à réponse écrite 1
Solution possible

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Les graphiques de deux fonctions, $f(x)$ et $g(x)$, sont montrés ci-dessous. Trois nouvelles fonctions, $j(x)$, $k(x)$ et $h(x)$, sont définies par $j(x) = (f \circ g)(x)$, $k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ et $h(x) = g(x) - f(x)$.



Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Déterminez** quelle fonction, $j(x)$ ou $k(x)$, a la plus grande valeur quand $x = 0$. **[2 points]**

Solution possible pour la partie a

$j(x) = (f \circ g)(x)$	$k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$
$j(x) = \Big(f\big(g(x)\big)\Big)$	$k(0) = \dfrac{f(0)}{g(0)}$
$j(0) = \Big(f\big(g(0)\big)\Big)$	$k(0) = \dfrac{-2}{-3}$
$j(0) = f(-3)$	$k(0) = \dfrac{2}{3}$

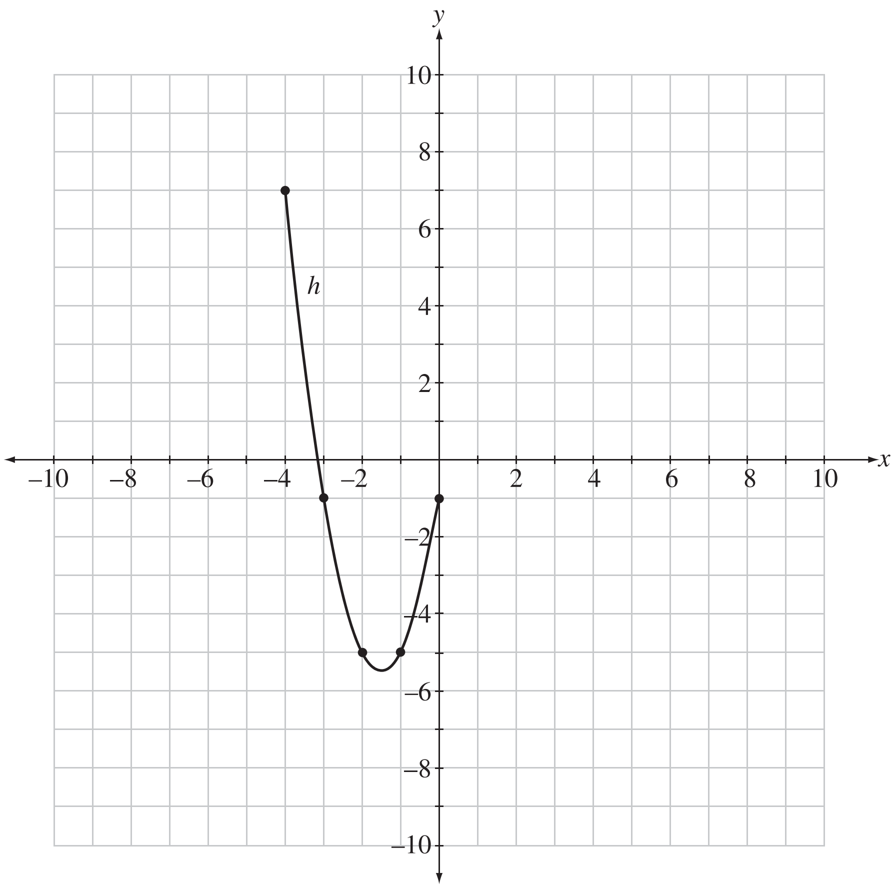
$j(0) = 1$

La valeur de $j(x)$ est supérieure à la valeur de $k(x)$ lorsque $x = 0$.

b. **Esquissez** le graphique de $h(x)$ sur le plan cartésien ci-dessous. Identifiez les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et énoncez le domaine de la fonction. **[3 points]**

Solution possible pour la partie b

x	$g(x)$	$f(x)$	$g(x) - f(x)$	(x, y)
-4	5	-2	7	$(-4, 7)$
-3	0	1	-1	$(-3, -1)$
-2	-3	2	-5	$(-2, -5)$
-1	-4	1	-5	$(-1, -5)$
0	-3	-2	-1	$(0, -1)$



Coordonnées de l'ordonnée à l'origine : $(0, -1)$

Domaine : $D: \{x \in R \mid -4 \leq x \leq 0\}$ ou $[-4, 0]$

À noter : L'élève peut écrire le domaine en notation ensembliste ou en notation des intervalles. L'élève doit écrire l'ordonnée à l'origine sous forme de paire ordonnée pour obtenir le maximum de points.

Question à réponse écrite 1 – guide de notation

Partie a

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	Le réponse ne contient pas de preuve valide à l'appui du calcul de la valeur d'une ou de l'autre fonction lorsque $x = 0$. **À noter :** On attribuera une note de 0 si l'élève a énoncé que la valeur de $j(x)$ est supérieure, mais sans preuve à l'appui.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • avoir écrit $f(0)$ ou $g(0)$ sans ajouter de calcul pertinent menant à $j(0)$ ou à $k(0)$.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • calcule correctement $j(0)$ ou $k(0)$ avec preuves à l'appui. OU • donne des preuves pertinentes à l'appui du calcul de $j(0)$ et de $k(0)$ mais les deux calclus sont incorrects ou incomplets (p. ex. l'éleve identifie correctement $f(0)$ et $g(0)$ mais calcule correctement $\left(g\left(f(0)\right)\right)$ ou $\dfrac{g(x)}{f(x)}$ à la place.
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • donner des preuves à l'appui du calcul de $j(0)$ et de $k(0)$ mais un calcul est incorrect ou incomplet. OU • donner des preuves à l'appui du calcul de $j(0)$ et de $k(0)$ et bien utiliser la même valeur erronée dans les deux calculs (p. ex. une valeur incorrecte de $g(0)$ dans les deux calculs).
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • détermine correctement, avec preuves à l'appui, la fonction qui a la plus grande valeur lorsque $x = 0$.

Partie b

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse de contient pas d'esquisse pertinente du graphique de $h(x)$ ou d'information correcte sur l'ordonnée à l'origine ou le domaine de $h(x)$.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • identifier correctement les coordonnées de points qui se trouvent sur le graphique de $h(x)$ mais ne pas avoir produit de graphique OU • indiquer le bon domaine de $h(x)$.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • esquisse un graphique partiellement correct de $h(x)$ (au moins 2 éléments corrects) OU • identifie correctement les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et indique correctement le domaine de $h(x)$.
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • esquisser un graphique partiellement correct de $h(x)$ (2 ou 3 éléments corrects) • identifier correctement les coordonnées de l'ordonnée à l'origine correspondante ou indiquer le domaine correspondant de $h(x)$.
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • esquisse correctement le graphique de $h(x)$ (les 4 éléments) OU • trace un graphique partiellement correct de $h(x)$ (2 éléments corrects) • identifie les bonnes coordonnées de l'ordonnée à l'origine correspondante et indique le bon domaine correspondant.
2,5		Par exemple, l'élève pourrait • esquisser correctement le graphique de $h(x)$ et identifer la bonne ordonnée à l'origine ou énoncer le bon domaine de la fonction OU • esquisser un graphique partiellement correct de $h(x)$ (3 éléments corrects) et identifer correctement l'ordonnée à l'origine et le domaine correspondants.
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • esquisse correctement le graphique de $h(x)$, identifie l'emplacement de l'ordonnée à l'origine et utilise la bonne notation pour énoncer le domaine de la fonction.

À noter : Les éléments corrects du graphique sont : la forme parabolique, un minimum situé environ aux points $(-1{,}5; -5{,}5)$, les extrémités correctes (et clairement indiquées) et au moins 1 autre point placé correctement.

Question à réponse écrite 2
Solution possible

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Résolvez algébriquement** l'équation $\sec^2\theta + \sec\theta = 2$, où $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$. Énoncez la solution sous forme de valeurs **exactes**. **[3 points]**

Solution possible pour la partie a

$$\sec^2\theta + \sec\theta - 2 = 0$$

$$(\sec\theta + 2)(\sec\theta - 1) = 0$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

Par conséquent, $\sec\theta + 2 = 0$ ou $\sec\theta - 1 = 0$

$\sec\theta = -2$ ou $\sec\theta = 1$

$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ ou $\cos\theta = 1$

$\theta = \dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}$ ou $\theta = 0$

Dans le domaine $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$,

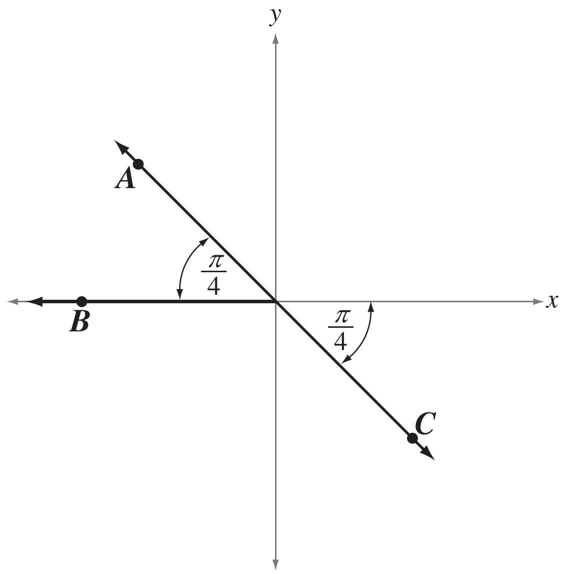
$\theta = \dfrac{2\pi}{3} + 2\pi$ et $\theta = 0 + 2\pi$

$\theta = \dfrac{8\pi}{3}$ et $\theta = 2\pi$

Les solutions de l'équation sont $\theta = 2\pi$ et $\theta = \dfrac{8\pi}{3}$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

Les points A, B et C sont sur les côtés terminaux d'angles tracés en position standard, comme illustré ci-dessous. Ces angles sont les solutions pour θ dans une équation trigonométrique unique.



b. Énoncez la solution générale de cette équation. **[2 points]**

Solution possible pour la partie b

Les trois points sont sur les côtés terminaux de $\theta = \frac{3\pi}{4}, \pi$ et de $\frac{7\pi}{4}$. Ces angles représentent les solutions de l'équation dans le domaine $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Comme $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$ ont une différence de π, la solution générale est :

$$\theta = \frac{3\pi}{4} + n\pi, \ \ \theta = \pi + 2n\pi, \ \ n \in Z$$

À noter : Les élèves peuvent écrire la solution générale au moyen de trois énoncés distincts.

Question à réponse écrite 2 – guide de notation

Partie a

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d'étapes algébriques pertinentes qui permettraient de trouver les solutions correctes de l'équation. **À noter :** Une réponse déterminée par un processus non algébrique recevra une note de 0.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • effectuer une étape correcte en essayant de déterminer algébriquement les facteurs du premier degré de l'équation, mais ne pas arriver aux bons facteurs.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • utilise un processus algébrique pour déterminer les bons facteurs du premier degré de l'équation.
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • utiliser un processus algébrique pour déterminer les bonnes équations du premier degré (en fonction de $\sec\theta$ ou de $\cos\theta$) à partir des facteurs du premier degré de l'équation.
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • utilise un processus algébrique pour déterminer les bonnes solutions, en radians, de l'équation du domaine $0 \leq \theta \leq 2\pi$ OU • utilise un processus algébrique correct pour déterminer les solutions correspondantes à partir de facteurs ou d'équations du premier degré incorrects dans le domaine $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$ OU • utilise un processus algébrique correct pour déterminer la bonne solution à partir d'un facteur ou d'une équation du premier degré correct dans le domaine $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$.
2,5		Par exemple, l'élève pourrait • utiliser un processus algébrique pour déterminer les bonnes solutions à partir des bonnes équations du premier degré mais donner une solution qui est incorrecte ou à l'extérieur du domaine OU • utiliser un processus algébrique correct pour arriver aux bonnes solutions, en degrés, de l'équation dans le domaine $360° \leq \theta \leq 540°$.
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • utilise un processus algébrique pour arriver aux bonnes solutions, en radians, de l'équation dans le domaine $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$.

Partie b

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas de composantes valides d'une solution générale de l'équation.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • identifier n'importe quelle solution illustrée dans le diagramme pour le domaine $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • créé une solution générale à l'equation mais les énoncés comprennent une période incorrecte, comprennent des valeurs qui ne sont pas des solutions ou ne comprennent pas « $\theta =$ » OU • créé une bonne solution générale à un des trois angles illustrés dans le diagramme.
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • créer une solution générale à l'équation mais un élément clé de la notation est incorrect (p. ex. l'ensemble de nombres a été omis) OU • créer un bonne solution générale à deux des trois angles illustrés dans le diagramme.
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • donne une solution générale correcte complète à l'équation.

Question à réponse écrite 3
Solution possible

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 3.

Dans une classe de mathématiques, des élèves créent des messages codés qu'ils transmettent ensuite à un partenaire.

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** Étant donné qu'il y a 630 différentes paires d'élèves qui sont possibles, **déterminez algébriquement** le nombre d'élèves qu'il y a dans cette classe de mathématiques. **[3 points]**

Solution possible pour la partie a

$$_{n}C_{2} = 630$$

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} = 630$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!2!} = 630$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 630$$

$$n(n-1) = 1\ 260$$

$$n^2 - n - 1\ 260 = 0$$

$$(n-36)(n+35) = 0$$

$$n = 36 \text{ et } n = -35$$

Il est impossible d'avoir un nombre négatif d'élèves, donc $n = -35$ est une racine étrangère. Il y a 36 élèves dans cette classe de mathématiques.

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

On demande à un élève de coder le mot **BINÔME** en remplaçant chaque lettre du mot par un symbole mathématique différent. Il y a 10 symboles mathématiques possibles. L'élève crée une clé, à savoir une liste des symboles et des lettres qu'ils remplacent. Il donne la clé à son partenaire pour qu'il l'utilise afin de décoder le mot.

b. Expliquez comment vous pourriez déterminer le nombre de clés différentes qui peuvent être créées pour le mot **BINÔME** et **déterminez** le nombre de clés possibles en utilisant votre stratégie. **[2 points]**

Solution possible pour la partie b

Chaque lettre est différente et les élèves doivent attribuer un symbole à chacune d'entre elles. Ils doivent utiliser chaque symbole une seule fois, sinon la clé ne fonctionnera pas.

Solution possible 1 :
Les élèves peuvent utiliser le principe fondamental du dénombrement pour attribuer un symbole à chaque lettre dans un ordre spécifique. Il y a 10 symboles possibles pour B, 9 symboles possibles pour I, etc.

$$\underset{B}{\underline{10}} \bullet \underset{I}{\underline{9}} \bullet \underset{N}{\underline{8}} \bullet \underset{O}{\underline{7}} \bullet \underset{M}{\underline{6}} \bullet \underset{E}{\underline{5}} = 151\ 200$$

Il y a 151 200 clés différentes.

Solution possible 2 :
Comme les symboles vont être ordonnés dans un ordre précis à mesure que les élèves les attribuent aux lettres, on peut résoudre le problème à l'aide de permutations. Il y a 10 symboles en tout et 6 d'entre eux seront attribués à une lettre.

$${}_{10}P_6 = 151\ 200$$

Il y a 151 200 clés différentes.

Solution possible 3 :
Comme 6 symboles sont choisis parmi un ensemble de 10 symboles, on peut résoudre la première partie du problème en utilisant des combinaisons. Une fois les symboles choisis, on doit les attribuer à une certaine lettre du mot et on peut déterminer le nombre d'attributions possibles des symboles choisis à l'aide du principe fondamental du dénombrement.

$${}_{10}C_6 \times 6! = 151\ 200$$

Il y a 151 200 clés différentes.

Question à réponse écrite 3 – guide de notation

Partie a

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d'étapes algébriques valides qui pourraient mener au bon nombre d'élèves dans la classe de mathématiques. **À noter :** On donnera une note de 0 aux réponses qui comportent le bon nombre d'élèves dans la classe mais sans preuves à l'appui.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • effectuer correctement au moins une étape d'un processus algébrique mais ne pas simplifier correctement la notation factorielle.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • effectue correctement certaines étapes de simplification dans un processus algébrique mais n'arrive pas à la bonne équation quadratique; la solution est incomplète.
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • effectuer correctement des étapes de simplification dans un processus algébrique pour déterminer la bonne équation quadratique OU • effectuer correctement des étapes de simplification dans un processus algébrique pour déterminer la bonne expression quadratique et donner la bonne soution en utilisant un processus non algébrique.
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • effectue correctement les étapes de simplification en utilisant un processus algébrique pour déterminer la bonne équation quadratique; la solution est incomplète ou incorrecte à cause d'une erreur au moment de déterminer l'équation quadratique OU • effectue correctement les étapes de simplification en utilisant un processus algébrique pour déterminer la bonne équation quadratique; l'équation quadratique est déterminée correctement par un processus non algébrique.
2,5		Par exemple, l'élève pourrait • déterminer le bon nombre d'élèves dans la classe de mathématiques en utilisant correctement un processus algébrique mais la racine étrangère n'est pas bien identifiée ou expliquée.
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • détermine le bon nombre d'élèves dans la classe de mathématiques en utilisant un processus algébrique correct et identifie et explique clairement la racine étrangère.

Partie b

Note	Description générale	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	Dans sa réponse, l'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas de description d'une stratégie valide pour déterminer la solution ou le bon nombre de clés.
0,5		Par exemple, l'élève pourrait • donner une description partielle d'une stratégie qui mènerait à la bonne solution OU • indiquer le bon nombre de clés de codage sans preuves à l'appui.
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • donne une description complète de solution qui mènerait à la bonne solution OU • détermine le bon nombre de clés (avec preuves mathématiques à l'appui).
1,5		Par exemple, l'élève pourrait • décrire complètement une stratégie qui mènerait à la bonne solution et indiquer le nombre de clés, mais sans preuves à l'appui OU • décrire complètement une stratégie qui mènerait à la bonne solution et calculer le nombre de clés, mais la réponse est incorrecte (les preuves à l'appui sont correctes) OU • donner une description partielle d'une stratégie qui mènerait à la bonne solution **et** donner le nombre correct de clés avec des preuves à l'appui
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • décrit complètement une stratégie qui mènerait à la bonne solution et calcule correctement le nombre de clés (avec preuves à l'appui).

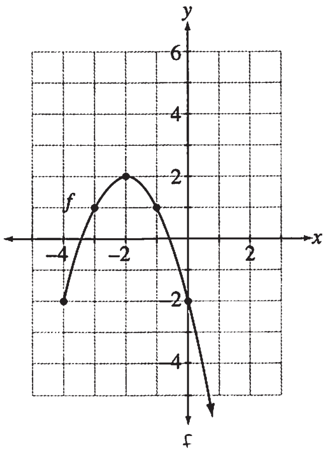
Exemples de réponses d'élèves et des notes attribuées

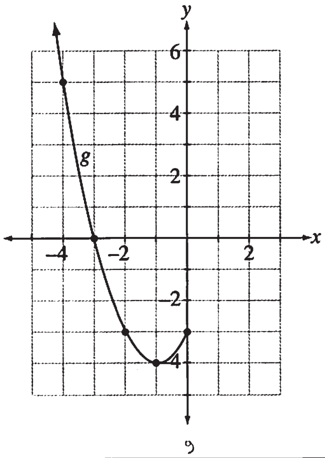
Cette section comporte des exemples de réponses d'élèves et des notes attribuées en fonction du guide de notation général. Les exemples de réponses visent à informer les enseignants et les élèves quant à la façon dont le guide de notation s'applique à des questions spécifiques et à donner des exemples de réponses d'élèves à des questions de Mathématiques 30–1 qui satisfont à la norme acceptable ou qui excèdent la norme acceptable dans le contexte des attentes relatives au rendement des élèves. Les enseignants et les élèves devraient savoir que les mots-clés sont en caractères gras dans les questions à réponse écrite des examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année. La liste de ces mots-clés et de leurs définitions se trouve dans le *Bulletin d'information de Mathématiques 30–1*.

Exemple de réponse 1

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Les graphiques de deux fonctions, $f(x)$ et $g(x)$, sont montrés ci-dessous. Trois nouvelles fonctions, $j(x)$, $k(x)$ et $h(x)$, sont définies par $j(x) = (f \circ g)(x)$, $k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ et $h(x) = g(x) - f(x)$.





Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Déterminez** quelle fonction, $j(x)$ ou $k(x)$, a la plus grande valeur quand $x = 0$. **[2 points]**

$j(x) = f(g(x))$

$= f(g(0))$

$= f(-3)$

$= 1$

$k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$= \dfrac{f(0)}{g(0)}$

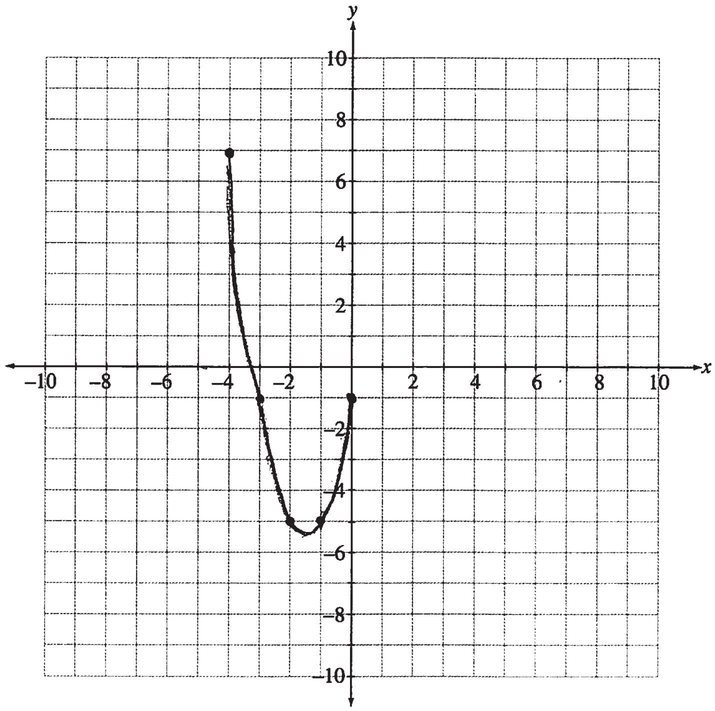
$= \dfrac{(-2)}{(-3)}$

$= 0.\bar{6}$

$1 > 0.\bar{6}$

$j(x) > k(x)$ quand $x = 0$

b. **Esquissez** le graphique de $h(x)$ sur le plan cartésien ci-dessous. Identifiez les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et énoncez le domaine de la fonction. **[3 points]**



x	$g(x)$
0	-3
-1	-4
-2	-3
-3	0
-4	5

x	$f(x)$
-4	-2
-3	1
-2	2
-1	1
0	-2

$g(0) - f(0)$

$= -3 - (-2)$

$= -1$

Coordonnées de l'ordonnée à l'origine : -1

Domaine : $x : [-4, 0]$

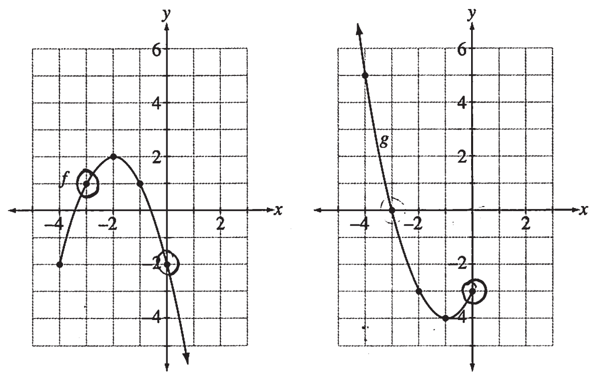
$g(x)$ d: $]-\infty, 0]$ $f(x)$ d: $[-4, \infty[$

Note totale – 4,5 points	Justification
Partie a : 2 points	Dans la partie a, l'élève présente les calculs complets et corrects de $j(0)$ et de $k(0)$. L'élève a aussi indiqué clairement quelle fonction a la plus grande valeur lorsque $x = 0$.
Partie b : 2,5 points	Dans la partie b, l'élève présente un graphique de $h(x)$ comportant les 4 éléments corrects. Quoique le domaine soit correct, on ne donnera pas tous les points parce qu'il y a une erreur dans les coordonnées de l'ordonnée à l'origine.

Exemple de réponse 2

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Les graphiques de deux fonctions, $f(x)$ et $g(x)$, sont montrés ci-dessous. Trois nouvelles fonctions, $j(x)$, $k(x)$ et $h(x)$, sont définies par $j(x) = (f \circ g)(x)$, $k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ et $h(x) = g(x) - f(x)$.



Question à réponse écrite — 5 points

1. a. Déterminez quelle fonction, $j(x)$ ou $k(x)$, a la plus grande valeur quand $x = 0$. **[2 points]**

$j(x)$

$j(x) = (f \circ g)(x)$

$x = 0$

$j(0) = (f \circ g)(0)$

$j(0) = f(g(0))$

$j(0) = f(-3)$

$\boxed{j(0) = 1}$

$k(x)$

$k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$x = 0$

$k(0) = \dfrac{f(0)}{g(0)}$

$k(0) = \dfrac{-2}{-3}$

$\boxed{k(0) = \dfrac{2}{3}}$

X	f(x)	g(x)
−4	−2	5
−3	1 ☆	0
−2	2	−3
−1	1	−4
0	−2 ☆	−3 ☆

alors
$f(-3) = 1$
$f(0) = -2$
$g(0) = -3$

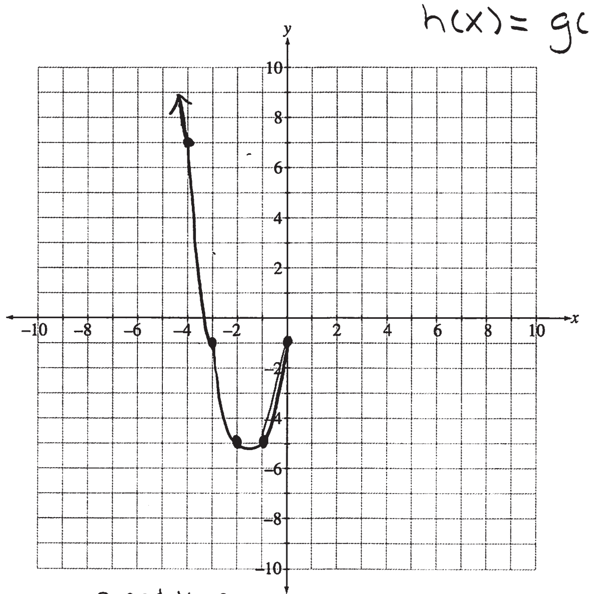
$\boxed{j(0) > k(0)}$

$1 > \dfrac{2}{3}$

La Fonction $j(x)$ a la plus grande valeur quand $x = 0$.

b. **Esquissez** le graphique de $h(x)$ sur le plan cartésien ci-dessous. Identifiez les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et énoncez le domaine de la fonction. **[3 points]**

$h(x) = g(x) - f(x)$



quand $x=0$

$\uparrow$ $\hookrightarrow y=?$

Coordonnées de l'ordonnée à l'origine : $\boxed{(0,-1)}$ $y=-1$

Domaine : $x \leq 0$

Tableaux des Valeurs

x	$g(x)$	$f(x)$	$h(x)(= g(x)-f(x))$
-4	5	-2	$(5)-(-2) = 7$
-3	0	1	$(0)-(1) = -1$
-2	-3	2	$(-3)-(2) = -5$
-1	-4	1	$(-4)-(1) = -5$
0	-3	-2	$(-3)-(-2) = -1$

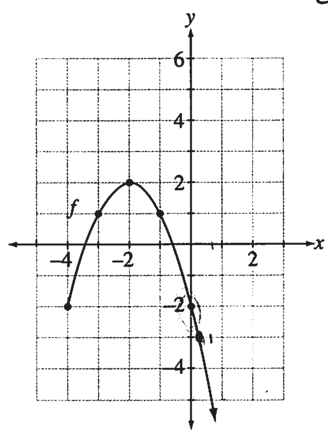
La question à réponse écrite 2 commence à la page suivante.

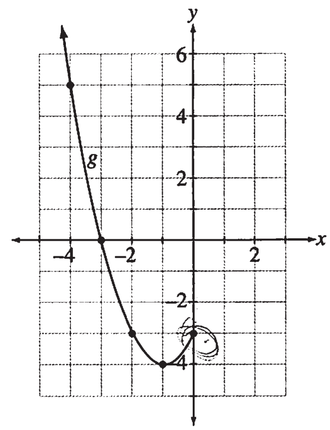
Note totale – 3,5 points	Justification
Partie a : 2 points	Dans la partie a, l'élève présente les calculs complets et corrects pour $j(0)$ et $k(0)$. L'élève indique aussi clairement quelle fonction a la plus grande valeur lorsque $x = 0$.
Partie b : 1,5 points	Dans la partie b, l'élève esquisse un graphique de $h(x)$ avec 3 éléments corrects seulement. L'élève a également indiqué les bonnes coordonnées de l'ordonnée à l'origine, mais comme le domaine est incorrect, la réponse ne satisfait pas aux critères de la note repère de 2.

Exemple de réponse 3

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Les graphiques de deux fonctions, $f(x)$ et $g(x)$, sont montrés ci-dessous. Trois nouvelles fonctions, $j(x)$, $k(x)$ et $h(x)$, sont définies par $\boxed{j(x) = (f \circ g)(x)}$, $\boxed{k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$ et $\boxed{h(x) = g(x) - f(x).}$





Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Déterminez** quelle fonction, $j(x)$ ou $k(x)$, a la plus grande valeur quand $x = 0$. **[2 points]**

x	f(x)	g(x)	j(x)	K(x)	h(x)
−4	−2	5		−2/5	7
−2	2	−3	−2	2/−3	−5
0	−2	−3	$0<x<\frac{1}{2}$	2/3	−1

$j(0) = (f(g(0))$

$j(0) = (f(-3))$

$j(0) = 0 < x < 0,5$

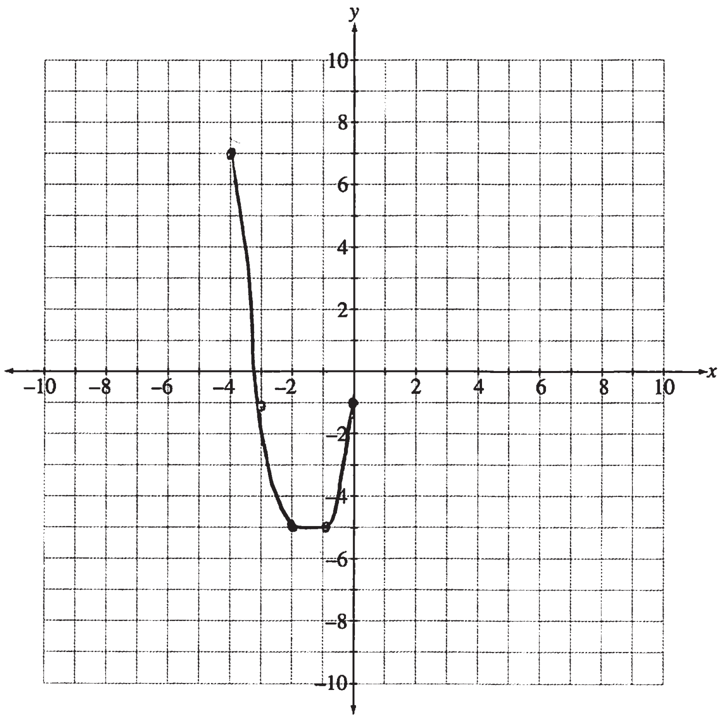
$K(0) = \frac{(-2)}{(-3)}$

$K(0) = \frac{2}{3}$

$K(0) = 0,\overline{6}$

K(X) a la plus grande valeur quand X=0.

b. **Esquissez** le graphique de $h(x)$ sur le plan cartésien ci-dessous. Identifiez les coordonnées de l'ordonnée à l'origine et énoncez le domaine de la fonction. **[3 points]**



Coordonnées de l'ordonnée à l'origine : (0, −1)

Domaine : [−4, 0]

Note totale – 4 points	Justification
Partie a : 1,5 points	Dans la partie a, l'élève présente un calcul complet et correct pour $k(0)$. La valeur finale de $j(0)$ est incorrecte mais les preuves à l'appui sont correctes.
Partie b : 2,5 points	Dans la partie b, l'élève présente un graphique de $h(x)$ avec 3 éléments corrects seulement, les bonnes coordonnées de l'ordonnée à l'origine et le domaine complet. Comme le graphique n'a pas de valeur minimale appropriée, on ne peut pas donner le maximum de points.

Exemple de réponse 4

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Résolvez algébriquement** l'équation $\sec^2\theta + \sec\theta = 2$, où $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$. Énoncez la solution sous forme de valeurs **exactes**. **[3 points]**

$\sec^2\theta + \sec\theta = 2$

$\sec^2\theta + \sec\theta - 2 = 0$

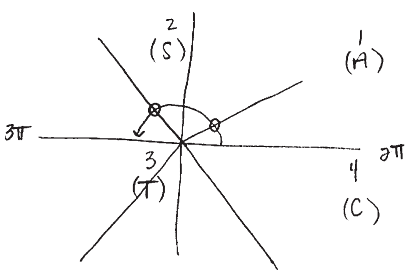
$(\sec\theta - 1)(\sec\theta + 2) = 0$

$\sec\theta = 1 \quad , \quad \sec\theta = -2$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$

$\frac{1}{\cos\theta} = 1 \qquad \frac{1}{\cos\theta} = -2$

$\boxed{\cos\theta = 1} \qquad \boxed{\cos\theta = \frac{-1}{2}}$



$2\pi \rightarrow 3\pi$
$360° \rightarrow 540°$

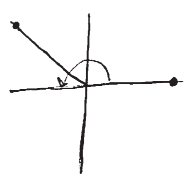
* quadrants 1 et 2

$\cos\theta = 1$, quadrant 1

$\cos^{-1}(1) = 0$

$\theta = 0$, à 2π

$\cos\theta = \frac{-1}{2}$, quadrant 2



$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 1.047\ldots$

$= \frac{\pi}{3} = \theta_R$

$3\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$

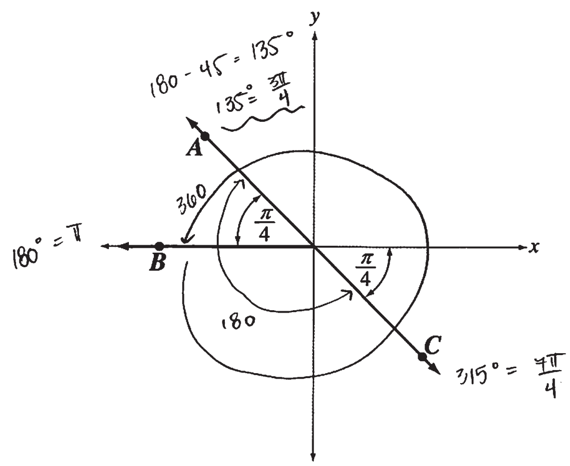
SOLUTIONS:

$\theta = 2\pi$

$\theta = \frac{8\pi}{3}$

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

Les points $\boxed{A, B \text{ et } C}$ sont sur les côtés terminaux d'angles tracés en position standard, comme illustré ci-dessous. Ces angles sont les solutions pour $\boxed{\theta}$ dans une équation trigonométrique unique.



b. Énoncez la solution générale de cette équation. **[2 points]**

$\theta = \frac{3\pi}{4} \pm \pi n, \; n \in Z$

$\theta = \pi \pm 2\pi n, \; n \in Z$

Note totale – 5 points	Justification
Partie a : 3 points	Dans la partie a, l'élève donne les bonnes solutions aux facteurs du premier degré de l'équation trigonométrique donnée pour le domaine $2\pi \leq \theta \leq 3\pi$.
Partie b : 2 points	Dans la partie b, l'élève donne une solution générale qui englobe les 3 angles dans le diagramme en utilisant la bonne notation.

Exemple de réponse 5

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Résolvez algébriquement** l'équation $\sec^2\theta + \sec\theta = 2$, où $2\pi \le \theta \le 3\pi$. Énoncez la solution sous forme de valeurs **exactes**. **[3 points]**

$\sec^2\theta + \sec\theta = 2 \longrightarrow$ remplacement : $\sec\theta = x$

$x^2 + x = 2$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2)$

$x = 1 \quad x = -2$

$\sec\theta = 1$

$\frac{1}{\cos\theta} = 1$

$\frac{1}{\cos(2\pi)} = 1$

$\boxed{\theta = 2\pi}$

$\sec\theta = -2$

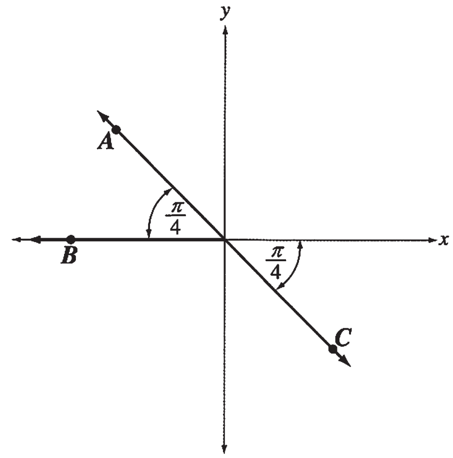
$\frac{1}{\cos\theta} = -2$

$\frac{1}{\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = -2$

$\boxed{\theta = \frac{2\pi}{3}}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

Les points A, B et C sont sur les côtés terminaux d'angles tracés en position standard, comme illustré ci-dessous. Ces angles sont les solutions pour θ dans une équation trigonométrique unique.



b. Énoncez la solution générale de cette équation. **[2 points]**

$B = \pi$

$A = \pi - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{3\pi}{4}$

$C = 2\pi - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{7\pi}{4}$

$$\theta = \begin{cases} \frac{3\pi}{4} + n\pi, & n \in Z \\ \pi + 2n\pi, & n \in Z \end{cases}$$

Note totale – 3,5 points	Justification
Partie a : 1,5 points	Dans la partie a, l'élève donne les bons facteurs du premier degré de l'équation trigonométrique présentée, mais ne donne pas toutes les solutions dans le domaine $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
Partie b : 2 points	Dans la partie b, l'élève donne une solution générale qui englobe les 3 angles dans le diagramme en utilisant une notation appropriée.

Exemple de réponse 6

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 3.

> Dans une classe de mathématiques, des élèves créent des messages codés qu'ils transmettent ensuite à un partenaire.

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** Étant donné qu'il y a 630 différentes paires d'élèves qui sont possibles, **déterminez algébriquement** le nombre d'élèves qu'il y a dans cette classe de mathématiques. **[3 points]**

$$\frac{n!}{(n-2)!2!}$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}\,2!} = 630$$

$$\frac{n(n-1)}{2!} = 630$$

$$n^2 - n = 1260$$

$$n^2 - n - 1260 = 0$$

$$(n-36)(n+35) = 0$$

$$\boxed{n = 36} \quad \cancel{n = -35}$$

il y a 36 élèves

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

On demande à un élève de coder le mot **BINÔME** en remplaçant chaque lettre du mot par un symbole mathématique différent. Il y a 10 symboles mathématiques possibles. L'élève crée une clé, à savoir une liste des symboles et des lettres qu'ils remplacent. Il donne la clé à son partenaire pour qu'il l'utilise afin de décoder le mot.

b. **Expliquez** comment vous pourriez déterminer le nombre de clés différentes qui peuvent être créées pour le mot **BINÔME** et **déterminez** le nombre de clés possibles en utilisant votre stratégie. **[2 points]**

10 symboles → 6 espaces

$$\underline{10} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} \cdot \underline{6} \cdot \underline{5} = \frac{10!}{4!} = {}_{10}P_6 = 151200$$

Note totale – 4 points	Justification
Partie a : 3 points	Dans la partie a, l'élève utilise un processus algébrique valide pour déterminer le bon nombre d'élèves dans la classe. De plus, l'élève identifie clairement la racine étrangère.
Partie b : 1 point	Dans la partie b, l'élève donne le bon nombre de clés, mais ne donne pas d'explication.

Exemple de réponse 7

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 3.

Dans une classe de mathématiques, des élèves créent des messages codés qu'ils transmettent ensuite à un partenaire.

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** Étant donné qu'il y a 630 différentes paires d'élèves qui sont possibles, **déterminez algébriquement** le nombre d'élèves qu'il y a dans cette classe de mathématiques. **[3 points]**

$$_nC_2 = 630$$

$$\frac{n!}{(n-2)!\,2!} = 630$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 1260$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 1260$$

$$n^2 - n = 1260$$

$$n^2 - n - 1260 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1260}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5041}}{2} \qquad x = \frac{1 \pm 71}{2}$$

$$x = 36 \qquad \cancel{x = -35}$$

$$\boxed{\text{Il y a 36 élèves}}$$

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite.

On demande à un élève de coder le mot **BINÔME** en remplaçant chaque lettre du mot par un symbole mathématique différent. Il y a 10 symboles mathématiques possibles. L'élève crée une clé, à savoir une liste des symboles et des lettres qu'ils remplacent. Il donne la clé à son partenaire pour qu'il l'utilise afin de décoder le mot.

b. **Expliquez** comment vous pourriez déterminer le nombre de clés différentes qui peuvent être créées pour le mot **BINÔME** et **déterminez** le nombre de clés possibles en utilisant votre stratégie. **[2 points]**

- L'ordre est important alors c'est un permutation.
- Il y a 10 symboles ($n=10$) il doit choisir 6 ($r=6$)
- les symboles ne peut pas se repete (1 symbole pour 1 lettre)
- utilise la formule $_nP_r$

$$_{10}P_6 = 151200$$

$\boxed{\text{Il y a 151200 clé possible}}$

Note totale – 5 points	Justification
Partie a : 3 points	Dans la partie a, l'élève démontre un processus algébrique valide pour déterminer le bon nombre d'élèves dans la classe. De plus, l'élève identifie clairement la racine étrangère.
Partie b : 2 points	Dans la partie b, l'élève donne une explication complète dans laquelle il mentionne l'importance d'ordonner et de ne pas répéter au moment de choisir les symboles mathématiques. Puis, il indique le bon nombre de clés.