Normes d'évaluation et exemples de questions

Mathématiques 30–2

Programme d'examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année

2018–2019

Alberta

Ce document est principalement destiné au(x) :

Élèves	✓
Enseignants	✓ de Mathématiques 30–2
Administrateurs	✓
Parents	
Grand public	
Autres	

✓ Ce document est conforme à la nouvelle orthographe.

Dans le présent bulletin, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.

Diffusion : Ce document est diffusé sur le site Web d'Alberta Education.

Table des matières

Veuillez noter que si vous ne pouvez pas accéder directement à un des sites Web donnés en lien auxquels il est fait référence dans le présent document, vous pouvez trouver des documents relatifs à l’examen en vue de l’obtention du diplôme de 12^{e} année sur le site Web d’Alberta Education.

Introduction

La présente ressource a été conçue pour appuyer la mise en œuvre du *Programme d'études de mathématiques de l'Alberta de la 10e à la 12e année*, qui se trouve sur le site Web d'Alberta Education. Nous encourageons les enseignants à consulter le programme d'études pour obtenir de plus amples détails concernant la philosophie du programme.

Les exemples figurant dans le présent document ont été sélectionnés pour illustrer l'intention de certains résultats d'apprentissage du cours de Mathématiques 30–2, mais ne seront pas nécessairement évalués de la manière illustrée ici dans le cadre d'un examen en vue de l'obtention du diplôme de 12e année. Les exemples fournis ne prétendent en aucune façon être exhaustifs; ils visent à offrir un profil des niveaux de rendement acceptable et excellent. Certains exemples ont été conçus et validés par des enseignants de mathématiques sans toutefois avoir été validés auprès des élèves. D'autres exemples proviennent d'examens antérieurs en vue de l'obtention du diplôme de 12e année. Pour obtenir davantage d'exemples, veuillez consulter le site Web Quest A+.

Pour satisfaire aux résultats d'apprentissage du cours de Mathématiques 30–2, les élèves devront utiliser une calculatrice graphique approuvée. Dans la plupart des classes, les élèves utilisent chaque jour une calculatrice graphique. Référez-vous à la politique d'emploi des calculatrices aux examens d'Alberta Education dans le *General Information Bulletin* ou consultez le site Web d'Alberta Education où se trouve une liste des calculatrices graphiques approuvées. Chaque année, vous trouverez également des informations concernant les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année dans le *Bulletin d'information de Mathématiques 30–2*.

Ce document présente la version actuelle du programme d'études et des normes d'évaluation. Si vous avez des commentaires ou des questions concernant ce document, veuillez communiquer avec Jenny Kim par courriel à Jenny.Kim@gov.ab.ca, par téléphone au 780-415-6127 (sans frais en Alberta en composant le 310-0000).

Provincial Assessment Sector aimerait remercier les nombreux enseignants de l'ensemble de la province qui ont contribué à l'élaboration de ce document. Nous aimerions également remercier Programs of Study and Resources Sector ainsi que la Direction de l'éducation française pour leur contribution et leur appui dans la révision de ces normes.

Normes pour Mathématiques 30–2

Le mot *et* utilisé dans les normes signifie que les deux idées devraient être abordées en même temps ou dans la même question.

Les normes d'évaluation pour Mathématiques 30–2 comprennent un niveau de rendement acceptable et un niveau de rendement excellent.

Norme acceptable

Les élèves qui atteignent la norme acceptable, mais qui n'atteignent pas la norme d'excellence reçoivent une note finale comprise entre 50 % et 79 % inclusivement. En général, ces élèves ont acquis de nouvelles habiletés et des connaissances de base des concepts et des procédures correspondant aux résultats d'apprentissage généraux et spécifiques définis dans le programme d'études du cours de Mathématiques 30–2. Ces élèves font preuve d'habiletés et de compréhension conceptuelle en mathématiques et ils peuvent appliquer leurs connaissances à des contextes familiers de résolution de problèmes.

Norme d'excellence

Les élèves qui atteignent la norme d'excellence reçoivent une note finale égale ou supérieure à 80 %. En général, ces élèves ont acquis une connaissance étendue et approfondie des concepts et des procédures. Ils peuvent aussi appliquer ces connaissances et cette compréhension conceptuelle à une vaste gamme de contextes familiers et inhabituels de résolution de problèmes.

Renseignements généraux

- Les sept processus mathématiques – C, CE, L, R, RP, T, V – devraient être utilisés et intégrés dans les résultats d'apprentissage.
- Si l'emploi de la technologie [T] n'est pas précisément énoncé dans le cas d'un résultat d'apprentissage particulier, l'enseignant peut s'en servir, à sa discrétion, pour aider les élèves à explorer les régularités et les relations lorsqu'il enseigne un nouveau concept. On ne doit toutefois pas l'utiliser pour évaluer la compréhension de l'élève.
- La plupart des ressources mathématiques en anglais en Amérique du Nord emploient la lettre *I* pour représenter l'ensemble des nombres entiers; toutefois, en français, les ressources, en particulier au niveau postsecondaire, emploient la lettre *Z* pour représenter l'ensemble des nombres entiers. On utilisera toujours la lettre *Z* pour représenter cet ensemble dans les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e^ année.

Normes pour le raisonnement logique

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement logique.

Remarques générales :

- Ce sujet vise à développer les compétences des élèves en raisonnement numérique et logique, qui sont applicables à de nombreuses situations rencontrées tous les jours.

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Analyser des casse-têtes et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. **[CE, L, R, RP]**

Remarques :

- Il s'agit d'un prolongement du résultat d'apprentissage spécifique 2 du sujet d'étude Raisonnement logique en Mathématiques 20–2.
- Ce résultat d'apprentissage vise à ce que les élèves explorent des jeux et des casse-têtes pour élaborer des stratégies personnelles, en mettant l'accent sur le développement des compétences de raisonnement logique.
- Vous trouverez ci-dessous une liste d'exemples des casse-têtes et jeux que l'on pourrait utiliser dans le cadre de l'atteinte de ce résultat d'apprentissage. Ces jeux et casse-têtes pourraient être intégrés tout au long du cours au lieu de leur consacrer un nombre fixe de leçons.

Casse-têtes/jeux logiques	**Casse-têtes/jeux stratégiques**
Tic Tac Chec	Échecs
Mastermind	Cribbage
Sudoku	Nim
Kakuro	Bataille navale
Casse-têtes logiques	Backgammon
Carrés magiques	Othello
Rush Hour	Sequence
Strimko	Blokus

- Les questions aborderont les processus de logique et de raisonnement dans le cadre de jeux ou casse-têtes génériques. L'examen en vue de l'obtention du diplôme de 12^e^ année n'évalue pas la connaissance détaillée de jeux particuliers.
- Le calendrier de chaque numéro de *Mathematics Teacher* peut représenter une source de questions casse-têtes destinées à la discussion en classe ou au travail en petits groupes.

(Voyez les exemples 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8.)

Résultat d’apprentissage spécifique 2

Résoudre des problèmes comportant des applications de la théorie des ensembles.
[L, R, RP, V] [TIC : C6-2.3]

Remarques :

- Les élèves devraient connaitre les différentes classifications de nombres (p. ex. : ensembles de nombres, nombres premiers et composés, multiples de nombres, facteurs, etc.).
- Les élèves devraient connaitre les descriptions verbales, les symboles et les organisateurs graphiques lorsqu’ils décrivent les ensembles et appliquent la théorie des ensembles.
- Les enseignants devraient savoir que les diagrammes de Venn et les symboles du raisonnement logique sont aussi utilisés en probabilité.
- Les enseignants devraient savoir que d’autres symboles de la théorie des ensembles sont utilisables; toutefois, les élèves devraient connaitre les symboles se trouvant dans la feuille de formules.
- Dans la théorie des ensembles, le mot *ou* est inclusif (c.-à-d. qu'il signifie « et/ou »).

(Voyez les exemples 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 et 28.)

Norme acceptable	**Norme d’excellence**
L’élève peut	L’élève peut aussi
• résoudre des problèmes comportant des régularités en utilisant la logique ou le raisonnement numérique	
• résoudre complètement un casse-tête en utilisant la logique	
• concevoir une stratégie valable dans le cadre des règles d’un jeu	• décrire une stratégie gagnante dans le cadre des règles d’un jeu et expliquer pourquoi la stratégie fonctionne
• utiliser de l’information supplémentaire pour adapter une stratégie	
• identifier des erreurs dans la solution d’un casse-tête ou dans une stratégie pour gagner à un jeu	• identifier et corriger des erreurs dans la solution d’un casse-tête ou dans une stratégie pour gagner à un jeu
• créer une variante d’un casse-tête ou d’un jeu et concevoir une stratégie appropriée	• justifier un changement de stratégie pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu après des modifications des règles de ce casse-tête ou de ce jeu
• utiliser correctement la notation ensembliste, incluant les symboles reliés au raisonnement logique A', $\varnothing$, $\cap$, $\subset$ et $\cup$	
• décrire ou identifier correctement en contexte des compléments d’ensembles, l’ensemble vide, les ensembles disjoints, les sous-ensembles et les ensembles universels	• décrire ou identifier correctement le complément du résultat d’une opération sur deux ensembles (p. ex. : $A' \cup B$, $(A \cup B)'$, etc.)
• résoudre des problèmes qui comportent l’analyse de deux ensembles à l’intérieur d’un ensemble universel	• résoudre des problèmes qui comportent l’analyse de trois ensembles à l’intérieur d’un ensemble universel
• expliquer le raisonnement utilisé pour résoudre des problèmes de théorie des ensembles en utilisant deux ensembles	• expliquer le raisonnement utilisé pour résoudre des problèmes de théorie des ensembles en utilisant trois ensembles
• identifier des erreurs dans la solution d’un problème comportant deux ensembles	• identifier des erreurs dans la solution d’un problème comportant trois ensembles
	• identifier et corriger des erreurs dans la solution d’un problème comportant des ensembles
• participer et contribuer au processus de résolution de problèmes qui requièrent l’application du raisonnement logique étudié en Mathématiques 30–2	• trouver la solution à des problèmes qui requièrent l’application du raisonnement logique étudié en Mathématiques 30–2

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d’utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Exemples de questions

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de la notation **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

À noter : Dans les questions à choix multiple ci-dessous, l'astérisque (*) indique la bonne réponse. Les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables.

Utilisez l'information suivante pour répondre aux questions 1 et 2.

Trois rangées d'une régularité sont montrées ci-dessous.

Rangée 1	$1 \times 8 + 1 = 9$
Rangée 2	$12 \times 8 + 2 = 98$
Rangée 3	$123 \times 8 + 3 = 987$

1. La rangée 5 de la régularité sera

A. $1\ 234 \times 8 + 4 = 9\ 876$
B. $1\ 234 \times 8 + 5 = 9\ 876$
C. $12\ 345 \times 8 + 4 = 9\ 876$
***D.** $12\ 345 \times 8 + 5 = 98\ 765$

2. Si on remplace le nombre 8 dans la régularité ci-dessus par le nombre 9 comme indiqué ci-dessous, décrivez une régularité que l'on pourrait utiliser pour calculer la valeur de la rangée 7.

Rangée 1	$1 \times 9 + 1 = 10$
Rangée 2	$12 \times 9 + 2 = 110$
Rangée 3	$123 \times 9 + 3 = 1\ 110$

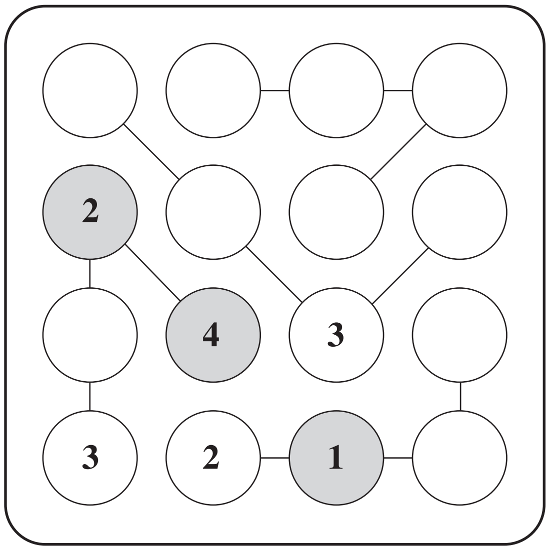
Solution possible :
Le numéro de la rangée indique le nombre de 1 dans la réponse, suivi par un seul zéro. Par conséquent, dans la 7^{e} rangée, la solution comportera sept 1 suivis par un seul zéro (soit 11 111 110). Sinon, on pourrait calculer la valeur de la rangée 7 en reconnaissant la régularité dans les opérations.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 3.

Le but d'un casse-tête donné consiste à remplir les cercles d'une grille à l'aide des nombres 1, 2, 3 et 4 de sorte qu'aucun des nombres ne se répète dans une rangée, colonne ou ensemble de cercles reliés.

Les trois nombres dans les cercles gris ont été donnés pour démarrer le casse-tête. Jérôme a déjà rempli les trois nombres dans les cercles blancs, mais il a fait une erreur.



3. **a.** Identifiez l'erreur faite par Jérôme dans sa solution au casse-tête.

Solution possible :
L'erreur que Jérôme a faite consiste à placer le nombre 3 dans la rangée 3, colonne 3.

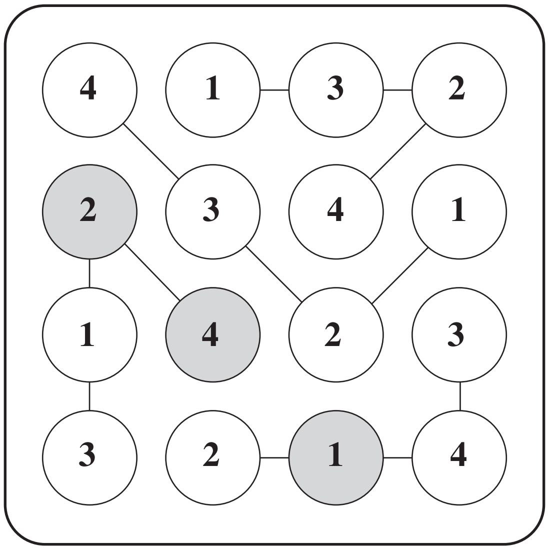
b. Expliquez pourquoi ce nombre n'est pas juste.

Solution possible :
Si Jérôme a mis les bons nombres, le nombre de la rangée 3, colonne 1 doit être un 1, et le nombre de la rangée 3, colonne 4 doit être un 2. Toutefois, puisque les trois derniers cercles de la rangée 4 sont reliés au cercle de la rangée 3, colonne 4, cela veut dire qu'une des règles du jeu n'est pas respectée puisqu'un ensemble de cercles reliés a des nombres qui se répètent (c.-à-d. deux 2).

NE

c. Corrigez l’erreur faite par Jérôme et finissez le casse-tête.

Solution :



À noter : On pourrait adapter cette question pour l’utiliser dans un test numérique.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d’utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 4.

Le but d'un jeu donné se jouant à deux joueurs consiste à être le premier joueur à former une ligne de quatre cases adjacentes en utilisant la même lettre. Pour jouer, chaque joueur place à son tour la première lettre de son prénom quelque part sur une grille de six sur six. Margaret et Gerda ont commencé à jouer à ce jeu, comme indiqué dans la grille ci-dessous.

Colonne

Rangée	1	2	3	4	5	6
1	G					
2		G				
3			G	G		
4			M	M	G	
5		M				
6	M	M	G			

Réponse numérique

4. C'est le tour de Margaret et elle détermine qu'elle peut s'assurer la victoire en plaçant la lettre M dans la case de la

rangée __________

colonne __________

Solution :
42

Si Margaret place son M suivant dans la rangée 4, colonne 2, elle aura deux ensembles de trois M à sa disposition, ce qui lui donnera deux options pour gagner quand elle placera son prochain M. Gerda peut bloquer seulement un de ceux-ci et elle ne peut pas former de ligne de quatre G adjacents lors de son prochain tour, donc Margaret est certaine de gagner.

À noter : On pourrait adapter cette question pour l'utiliser dans un test numérique.

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question 5.

Quatre filles – Alice, Brenda, Cathy, Dianna – fréquentent un centre de loisirs d’une grande ville. Chaque fille participe à une activité différente – entrainement aux poids, patinage, jogging, natation – et chaque fille possède un sac à dos d’une couleur distincte – bleu, rose, vert, rouge. Les quatre indices ci-dessous fournissent des renseignements sur l’activité à laquelle chaque fille participe et sur la couleur du sac à dos de chaque fille.

- Cathy n’a pas de sac à dos rouge et doit s’habiller chaudement pour pratiquer son activité.
- La nageuse qui possède un sac à dos rouge n’est pas Brenda.
- La fille qui porte un sac à dos vert fait du jogging.
- En se préparant à faire du jogging, Dianna regardait son amie sortir ses patins de son sac à dos bleu.

	Entrainement aux poids	**Patinage**	**Jogging**	**Natation**	**Bleu**	**Rose**	**Vert**	**Rouge**
Alice								
Brenda								
Cathy								
Dianna								

Bleu				
Rose				
Vert				
Rouge				

5. Déterminez l’activité et la couleur du sac à dos de chaque fille.

Solution possible :

	Entrainement aux poids	Patinage	Jogging	Natation
Alice	✗	✗	✗	✓
Brenda	✓	✗	✗	✗
Cathy	✗	✓	✗	✗
Dianna	✗	✗	✓	✗

	Bleu	Rose	Vert	Rouge
Alice	✗	✗	✗	✓
Brenda	✗	✓	✗	✗
Cathy	✓	✗	✗	✗
Dianna	✗	✗	✓	✗

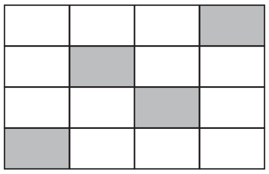
	Entrainement aux poids	Patinage	Jogging	Natation
Bleu	✗	✓	✗	✗
Rose	✓	✗	✗	✗
Vert	✗	✗	✓	✗
Rouge	✗	✗	✗	✓

Alice fait de la natation et possède un sac à dos rouge. Brenda fait de l’entrainement aux poids et possède un sac à dos rose. Cathy fait du patinage et possède un sac à dos bleu. Dianna fait du jogging et possède un sac à dos vert.

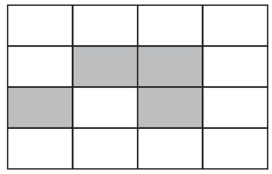
À noter : On pourrait adapter cette question pour l’utiliser dans un test numérique.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 6.

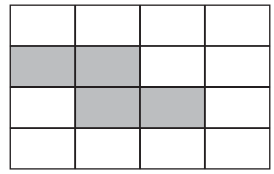
Une régularité d'images est présentée ci-dessous. À l'étape 2, chaque case ombrée est restée au même endroit qu'à l'étape 1 **ou** s'est déplacée dans une case adjacente horizontalement, verticalement ou en diagonale par rapport à son emplacement à l'étape 1. La case ombrée accomplit le même mouvement à chaque étape consécutive.



Étape 1



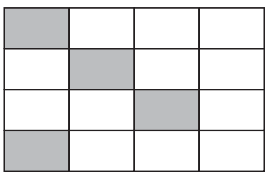
Étape 2



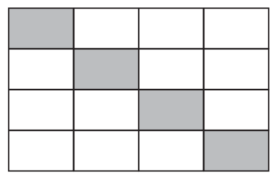
Étape 3

6. Laquelle des images ci-dessous sera l'image suivante dans la régularité?

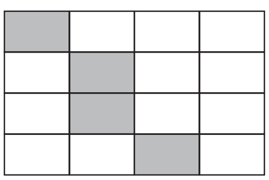
***A.**



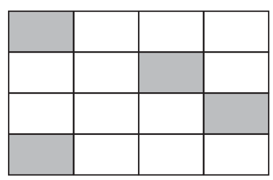
B.



C.



D.



Solution possible :
Les cases ombrées dans la première colonne se déplacent vers le haut à chaque étape. Les cases ombrées dans la deuxième colonne et celles dans la troisième colonne restent stationnaires. Les cases ombrées restantes, qui ont commencé dans la quatrième colonne, se déplacent en diagonale vers le bas et à gauche à chaque étape.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

Un élève fait l'énoncé suivant :

« VOLÉ est par rapport à VÉLO ce que le nombre 8570 est par rapport au nombre __________. »

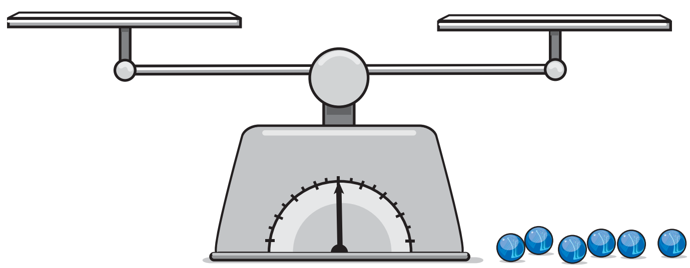
Réponse numérique

7. Le nombre à 4 chiffres qui complète l'énoncé ci-dessus est __________.

Solution :
8075

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 8.

On a six billes de même dimension, forme et couleur, mais une de ces billes est plus lourde que les autres.



8. Si on peut utiliser deux fois seulement une balance représentée ci-dessus, comment peut-on déterminer quelle bille est plus lourde que les autres?

Solution possible :
Placer trois billes de chaque côté de la balance pour déterminer l'ensemble de billes qui est plus lourd. Ignorer l'ensemble de billes qui est plus léger. Placer une des trois billes qui restent sur chaque côté de la balance et mettre de côté la dernière bille. Si la balance n'est pas équilibrée, on peut savoir quelle bille est plus lourde. Si la balance est équilibrée, cela signifie que la bille que l'on a mise de côté est la bille la plus lourde.

Utilisez l'information suivante pour répondre aux questions 9 et 12 et aux questions à réponse numérique 10 et 11.

On a sondé les élèves d'une école secondaire donnée pour déterminer à quels cours ils étaient actuellement inscrits. Le tableau ci-dessous représente les données recueillies.

Cours	Nombre d'élèves
Mathématiques seulement	28
Arts seulement	33
Mathématiques et arts	17
Aucun de ces cours	20

9. Le nombre d'élèves dans l'ensemble universel est

A. 61
B. 64
C. 78
***D.** 98

Réponse numérique

10. Le nombre d'élèves inscrits en arts est __________.

Solution :
50

Il y a 33 élèves inscrits seulement en arts et 17 élèves inscrits à la fois en mathématiques et en arts.

Réponse numérique

11. Le nombre d'élèves qui **ne sont pas** inscrits en mathématiques est __________.

Solution :
53

Il y a 33 élèves inscrits seulement en arts et 20 élèves qui ne sont inscrits ni en mathématiques ni en arts.

12. Le nombre d'élèves inscrits en mathématiques ou en arts est

A. 17
B. 61
***C.** 78
D. 98

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 13.

Il y a 35 élèves dans la classe de Jean. Il y a 5 élèves qui suivent les cours d'anglais et de biologie, et 7 élèves qui ne suivent aucun de ces cours. Il y a 3 élèves de plus qui suivent seulement le cours d'anglais que d'élèves qui suivent seulement le cours de biologie.

13. a. Le nombre d'élèves de la classe de Jean qui suivent seulement le cours de biologie est

***A.** 10
B. 13
C. 15
D. 20

b. Le nombre d'élèves de la classe de Jean qui **ne suivent pas** les deux cours est

A. 5
B. 7
C. 23
***D.** 30

Utilisez l'information suivante pour répondre aux questions 14, 16 et 17 et à la question à réponse numérique 15.

On a sondé un groupe de 100 élèves à propos des films qu'ils ont vus, comme indiqué ci-dessous.

2 personnes ont vu les trois films.

12 personnes ont vu « L'Homme de métal » et « Le Prince marié ».

53 personnes ont vu « L'Homme de métal ».

10 personnes ont vu « L'Homme de métal » et « Rapide et furieux ».

18 personnes ont vu « Le Prince marié » seulement.

23 personnes ont vu « Le Prince marié » et « Rapide et furieux ».

6 personnes n'ont vu aucun des trois films.

Jason a commencé à organiser les résultats dans le diagramme de Venn ci-dessous.

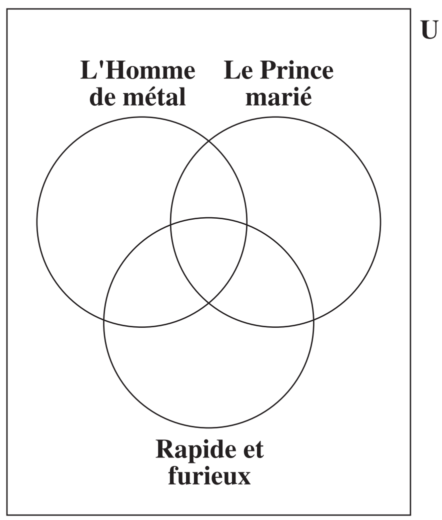
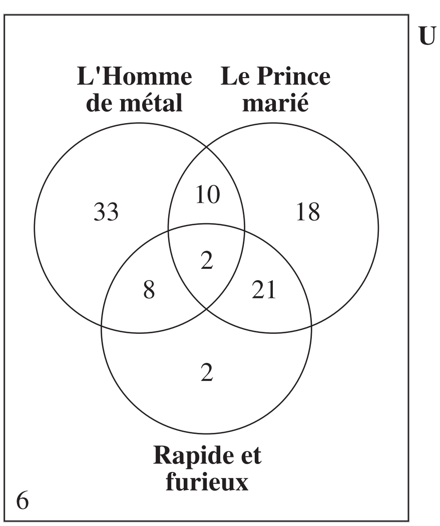


Diagramme de Venn complété, en réponse aux questions 14 à 17



Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

NE **14.** Le nombre d'élèves qui ont vu « Le Prince marié » est

A. 18
B. 20
***C.** 51
D. 53

Réponse numérique

NE **15.** Le nombre d'élèves qui ont vu « L'Homme de métal » et « Le Prince marié », mais qui **n'ont pas vu** « Rapide et furieux » est __________.

Solution :
10

NE **16.** Le nombre d'élèves qui ont vu seulement « L'Homme de métal » est

A. 20
***B.** 33
C. 51
D. 53

NE **17.** Le nombre d'élèves qui ont vu « L'Homme de métal » ou « Rapide et furieux » est

A. 10
B. 43
***C.** 76
D. 98

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l’information suivante pour répondre aux questions 18 et 19.

Deux ensembles

A = {nombres premiers inférieurs à 20}
B = {facteurs de 20}

18. L’ensemble qui représente l’union des ensembles A et B est

A. {2, 5}
B. {2, 4, 5, 10}
***C.** {1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 17, 19, 20}
D. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

19. L’ensemble qui représente $A \cap B$ est

***A.** {2, 5}
B. {2, 4, 5, 10}
C. {1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 17, 19, 20}
D. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 20.

Quatre ensembles

Ensemble	Description de l'ensemble
1	{2, 3, 8, 9, 15, 16}
2	{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
3	{multiples de 3 entre 0 et 20}
4	{nombres impairs entre 0 et 20}

Réponse numérique

20. Deux ensembles dont l'intersection peut donner comme résultat {3, 9, 15}, dans n'importe quel ordre, sont numérotés _____ et _____.
(Il existe plus d'une bonne réponse.)

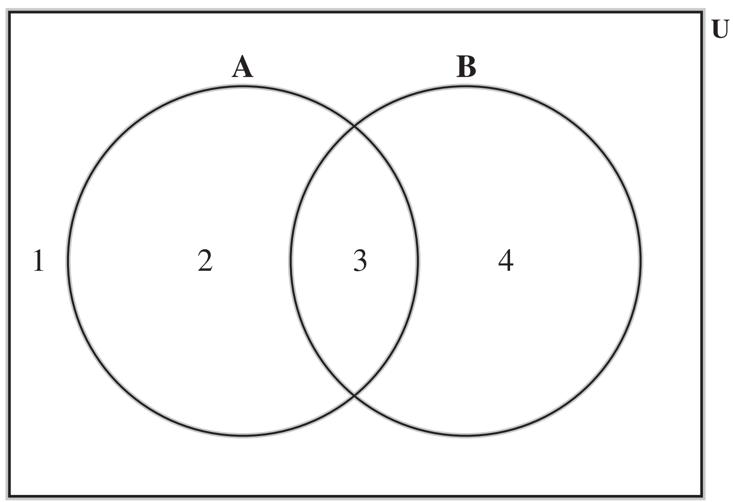
Solutions possibles :
13, 31; 14, 41; 34, 43

21. Dans laquelle des rangées suivantes décrit-on deux ensembles qui sont disjoints?

Rangée	Ensemble 1	Ensemble 2
A.	Personnes qui boivent du café	Personnes qui ne boivent pas de thé
B.	Personnes qui ont une ligne téléphonique résidentielle	Personnes qui ont un téléphone cellulaire
C.	Personnes qui sont gauchères	Personnes qui possèdent un ordinateur
***D.**	Personnes qui habitent à Calgary	Personnes qui n'habitent pas en Alberta

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 22.

On utilise un diagramme de Venn pour illustrer la relation entre les ensembles *A* et *B*. Les régions du diagramme de Venn sont numérotées de 1 à 4, comme illustré ci-dessous.



Réponse numérique

NE **22.** Les régions du diagramme de Venn qu'on doit ombrer pour représenter $(A \cap B)'$ sont numérotées, dans n'importe quel ordre, __________.

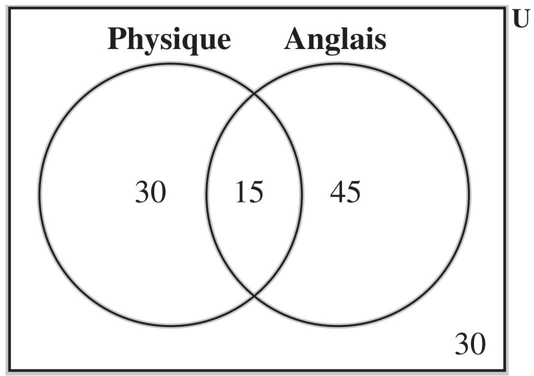
Solutions possibles :
124, 142, 214, 241, 412, 421

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 23.

Dans une école de 120 élèves :

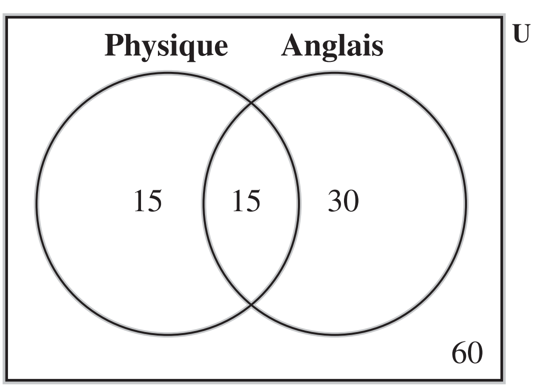
15 élèves suivent des cours de physique et d'anglais
45 élèves suivent des cours d'anglais
30 élèves suivent des cours de physique

Bobby a résumé de manière erronée les données à l'aide du diagramme de Venn ci-dessous.



NE **23.** Identifiez les régions du diagramme de Venn de Bobby qui ont des réponses erronées et décrivez les erreurs faites par Bobby. Modifiez le diagramme de Venn afin d'indiquer les réponses justes.

Solution possible :
Quand il a rempli le diagramme de Venn, Bobby a fait des erreurs en représentant le nombre d'élèves qui suivent seulement le cours de physique et le nombre d'élèves qui suivent seulement le cours d'anglais. Le nombre des élèves qui suivent des cours de physique et d'anglais est 15, et ils sont déjà pris en compte dans le nombre d'élèves qui suivent le cours de physique et ceux qui suivent le cours d'anglais. Par conséquent, le nombre d'élèves qui suivent seulement le cours de physique devrait être 30 – 15, soit 15 élèves. Le nombre d'élèves qui suivent seulement le cours d'anglais devrait être 45 – 15, soit 30 élèves. Ce qui veut dire que le nombre d'élèves dans l'ensemble universel, mais en dehors des cercles, devient 120 – (15 + 15 + 30) c'est-à-dire 60 élèves. Le diagramme de Venn correct est représenté ci-dessous.



Utilisez l’information suivante pour répondre aux questions 24 et 25.

Trois ensembles

R = {nombres naturels strictement positifs inférieurs à 50}

S = {nombres pairs}

T = {10, 20, 30, 40}

24. Lequel des énoncés suivants est vrai pour les ensembles R, S et T?

A. $R \subset S$

B. $R \subset T$

C. $S \subset R$

***D.** $T \subset R$

NE **25.** Lequel des énoncés suivants **n’est pas** vrai pour les ensembles R, S et T?

A. $T \subset (R \cap S)$

B. $T \subset (R \cap T)$

***C.** $(R \cap S) \subset T$

D. $(R \cap T) \subset T$

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question 26.

Un élève suggère que pour tout ensemble A les énoncés suivants sont vrais.

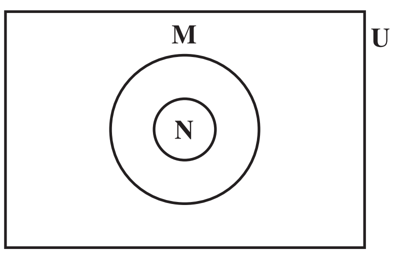
$$A \cup \varnothing = A$$
$$A \cap \varnothing = A$$

26. La réponse de cet élève est-elle juste ou erronée? Utilisez un exemple ou une représentation visuelle dans votre explication.

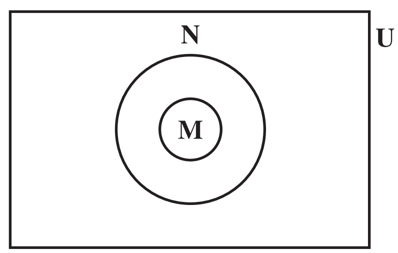
Solution possible :
L’élève a raison d’énoncer que $A \cup \varnothing = A$. Aucun élément n’est ajouté à A en le combinant avec l’ensemble vide, donc l’ensemble A initial subsiste après l’union. Par exemple, si $A = \{2, 3, 4\}$, quand on le combine avec un ensemble qui ne contient pas d’éléments, le résultat sera $\{2, 3, 4\}$. L’élève n’a pas raison d’énoncer que $A \cap \varnothing = A$. Puisque l’ensemble vide ne contient pas d’éléments, il ne peut pas avoir d’éléments en commun avec A, donc $A \cap \varnothing = \varnothing$. Par exemple, si $A = \{2, 3, 4\}$, aucun de ces éléments ne se trouve dans $\varnothing$, donc il n’y a aucun élément commun; autrement dit, l’ensemble des éléments communs est $\varnothing$.

27. Lequel des diagrammes de Venn suivants illustre $M \cap N = \varnothing$ pour tous les ensembles M et N?

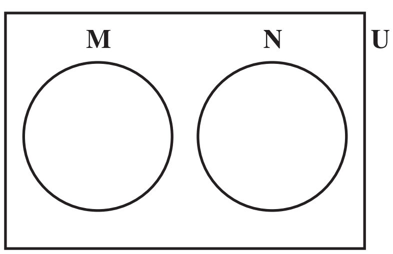
A.



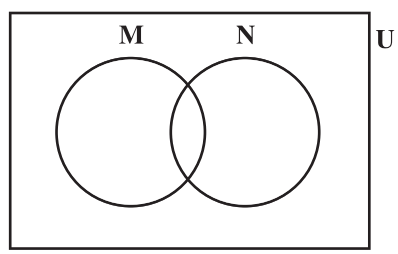
B.



***C.**



D.



28. Laquelle des expressions suivantes décrit un ensemble vide?

A. Les facteurs communs de 3 et 7

B. Les nombres premiers qui sont pairs

C. Les multiples de 5 qui sont inférieurs à 10

***D.** Les carrés parfaits inférieurs à 20 qui sont divisibles par 5

Normes pour la probabilité

Résultat d'apprentissage général

Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Remarques générales :

- Le concept d'espace d'échantillon pourrait être introduit au début de ce sujet d'étude pour constituer la base de tout le travail qui suivra en matière de probabilité. Les espaces d'échantillons peuvent comporter plus de deux évènements.
- En probabilité, le mot *ou* est inclusif (c.-à-d. qu'il signifie « et/ou »).
- Les enseignants devraient savoir que les problèmes de probabilité pourraient inclure des diagrammes de Venn et des symboles du raisonnement logique.
- Les enseignants devraient savoir que les résultats d'apprentissage spécifiques 4, 5 et 6 ne nécessitent pas la simplification d'expressions factorielles (p. ex. : Simplifiez $\frac{n!}{(n-2)!}$).

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Interpréter et évaluer la validité des cotes et des énoncés de probabilité. **[C, CE, L]**

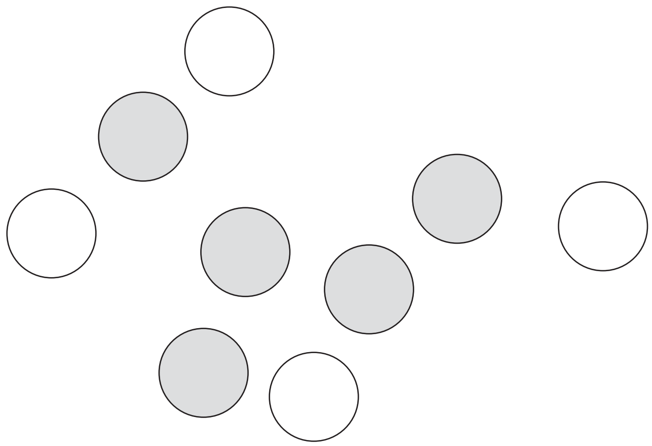
Remarques :

- Les enseignants peuvent utiliser l'analogie selon laquelle les chances qu'un évènement se produise sont exprimées comme « partie-partie » et la probabilité qu'un évènement se produise est exprimée comme « partie-tout ».
- Les élèves devraient bien connaitre les termes « chances qu'un évènement se produise » et « chances qu'un évènement ne se produise pas ».
- On peut représenter les chances et les probabilités de plusieurs façons, dont notamment celles qui suivent.

Chances qu'un évènement A se produise = nombre de résultats pour A : nombre de résultats contre A

$$P(\text{évènement A}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats}}$$

- Des modèles concrets comme ceux représentés ci-dessous peuvent aussi servir à modéliser les probabilités et les chances.



5 parties grises
4 parties blanches
Le tout comporte 9 parties.

(Voyez les exemples 1, 2, 3, 4 et 5.)

Résultat d'apprentissage spécifique 2

Résoudre des problèmes comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs et non mutuellement exclusifs. **[L, R, RP, V] [TIC : C6-2.3]**

Remarques :

- Les élèves peuvent employer une gamme de stratégies pour résoudre des problèmes comportant la probabilité d'évènements incompatibles et compatibles. Certaines stratégies possibles incluent les organisateurs graphiques (p. ex. : diagrammes en arbre, diagrammes de Venn, tableaux, liste organisée) et les formules de probabilité.
- Comme les évènements complémentaires sont aussi incompatibles, ce résultat d'apprentissage spécifique inclut le concept d'évènements complémentaires.
- Les problèmes dans le cadre de ce résultat d'apprentissage devraient se limiter à un maximum de deux évènements.

(Voyez les exemples 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 30d.)

Résultat d'apprentissage spécifique 3

Résoudre des problèmes comportant la probabilité de deux évènements. **[L, R, RP]**

Remarques :

- Ce résultat d'apprentissage comprend l'étude des évènements indépendants et des évènements dépendants.
- Les élèves peuvent utiliser un éventail de stratégies pour déterminer les probabilités d'évènements indépendants et d'évènements dépendants. Certaines stratégies possibles incluent les organisateurs graphiques (p. ex. : diagrammes en arbre, tableaux, liste organisée) et les formules de probabilité.
- Les enseignants peuvent établir des liens entre ce résultat d'apprentissage et les résultats d'apprentissage spécifiques 4, 5 et 6.

(Voyez les exemples 12, 13, 14, 15, 24 et 30c.)

Résultat d'apprentissage spécifique 4

Résoudre des problèmes comportant le principe fondamental de dénombrement. **[R, RP, V] [TIC : C6-2.3]**

Remarques :

- Les élèves peuvent utiliser une variété de stratégies organisationnelles (p. ex. : des diagrammes en arbre, des tableaux, et d'autres indices visuels) pour résoudre des problèmes comportant le principe fondamental de dénombrement.
- La notation factorielle pourrait être présentée au cours du développement de ce résultat d'apprentissage.
- Les enseignants peuvent établir des liens entre ce résultat d'apprentissage et le résultat d'apprentissage spécifique 3.
- Les enseignants devraient savoir que la répétition d'éléments n'est pas considérée comme une restriction quand on fait la distinction entre la norme acceptable et la norme d'excellence.

(Voyez les exemples 16, 17, 18, 19, 22, 23 et 24.)

Résultat d'apprentissage spécifique 5

Résoudre des problèmes comportant des permutations. **[CE, R, RP, T, V]**

Remarques :

- La notation factorielle pourrait être abordée dans ce résultat d'apprentissage conjointement à la formule ${}_nP_r$. Toutefois, d'autres stratégies peuvent aussi servir à résoudre des problèmes comportant des permutations.
- Quand on résout des questions comportant des permutations avec des éléments identiques, tous les éléments du contexte devraient être arrangés. Ces questions comporteront au moins une restriction.
- Les trajets à deux dimensions simples (p. ex. : aucune discontinuité dans la grille, aucun chevauchement de régions) sont des applications des permutations d'éléments répétés.
- Les permutations circulaires et annulaires dépassent la portée du cours de Mathématiques 30–2.
- Les enseignants devraient envisager des problèmes de probabilité qui comportent des permutations. Il s'agit d'un lien au résultat d'apprentissage spécifique 3.

(Voyez les exemples 20, 21, 22, 23, 24 et 25.)

Résultat d'apprentissage spécifique 6

Résoudre des problèmes comportant des combinaisons. **[CE, R, RP, T, V]**

Remarques :

- Les élèves devraient connaitre les deux notations des combinaisons figurant dans la feuille de formules.
- Un problème qui comporte à la fois des permutations et des combinaisons dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.
- Les enseignants devraient envisager des problèmes de probabilité qui comportent des combinaisons. Il s'agit d'un lien aux résultats d'apprentissage spécifiques 2 et 3.

(Voyez les exemples 25, 26, 27, 28, 29 et 30.)

Norme acceptable	**Norme d’excellence**
L’élève peut	L’élève peut aussi
• déterminer la probabilité d’un évènement	• fournir une explication pour la validité d’un énoncé de probabilité
• déterminer les chances qu’un évènement se produise ou ne se produise pas	• fournir une explication pour la validité d’un énoncé des chances
• déterminer les chances qu’un évènement se produise étant donné les chances que l’évènement ne se produise pas ou vice versa	
• exprimer sous la forme d’une probabilité les chances qu’un évènement se produise ou ne se produise pas	• exprimer une probabilité en termes des chances qu’un évènement se produise ou ne se produise pas
• distinguer entre des évènements incompatibles et des évènements compatibles	
• déterminer $P(A \cup B)$ pour des évènements incompatibles	• déterminer $P(A \cup B)$ pour des évènements compatibles
• déterminer $P(A)$ étant donné $P(A \cup B)$ et $P(B)$ pour des évènements incompatibles	• déterminer $P(A)$ étant donné $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ et $P(B)$ pour des évènements compatibles
• interpréter un modèle qui représente toute combinaison d’évènements incompatibles et d’évènements compatibles	• représenter des évènements compatibles à l’aide d’un organisateur graphique
• décrire ou identifier des évènements complémentaires	
• déterminer la probabilité du complément d’un évènement, étant donné la probabilité de l’évènement	
• distinguer entre évènements dépendants et indépendants	
• déterminer $P(A \cap B)$ pour des évènements indépendants	• déterminer $P(A)$ étant donné $P(A \cap B)$ et $P(B)$ pour des évènements indépendants
• déterminer $P(A \cap B)$ pour des évènements dépendants, quand l’ordre des évènements est donné	• déterminer $P(A \cap B)$ pour des évènements dépendants quand l’ordre des évènements n’est pas donné
	• déterminer $P(A)$ étant donné $P(A \cap B)$ et $P(B\|A)$ pour des évènements dépendants
	• déterminer $P(A \cap B)$ pour des problèmes qui comportent deux ou trois cas

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d’utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

• appliquer le principe fondamental du dénombrement à des problèmes avec au plus une restriction	• appliquer le principe fondamental du dénombrement à des problèmes avec plus d’une restriction
	• appliquer le principe fondamental du dénombrement à des problèmes qui comportent deux ou trois cas (p. ex. : au moins, au plus, ou)
• déterminer le nombre de permutations de *n* éléments avec des éléments identiques pris *n* à la fois	• déterminer le nombre de permutations de *n* éléments avec des éléments identiques pris *n* à la fois, avec une restriction
• déterminer le nombre de permutations de *n* éléments distincts pris *r* à la fois	• résoudre des problèmes de permutation qui comportent deux ou trois cas (p. ex. : au moins, au plus, ou)
• déterminer le nombre de permutations de *n* éléments pris *r* à la fois, avec au plus une restriction	• déterminer le nombre de permutations de *n* éléments pris *r* à la fois, avec plus d’une restriction
• résoudre des problèmes de combinaison qui comportent un seul cas	• résoudre des problèmes de combinaison qui comportent deux ou trois cas (p. ex. : au moins, au plus, ou)
• distinguer entre problèmes décrivant des permutations et problèmes décrivant des combinaisons	
• résoudre des problèmes de probabilité décrivant des permutations	
• résoudre des problèmes de probabilité décrivant des combinaisons simples au numérateur $\left(\text{p. ex. : } \frac{{}_5C_3}{{}_{11}C_3}\right)$	• résoudre des problèmes de probabilité comportant deux ou trois combinaisons au numérateur $\left(\text{p. ex. : } \frac{{}_5C_3 \bullet {}_4C_2}{{}_9C_5}\right)$
• participer et contribuer au processus de résolution de problèmes qui requièrent l’analyse des probabilités étudiée en Mathématiques 30–2	• trouver la solution des problèmes qui requièrent l’analyse des probabilités étudiée en Mathématiques 30–2

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d’utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Exemples de questions

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de la notation **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

À noter : Dans les questions à choix multiple qui suivent, l'astérisque (*) indique la bonne réponse. Veuillez noter que les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables.

1. Les chances que l'équipe des Renegades gagne la finale de la saison de la ligue de football sont de 10 : 7. Les chances que les Renegades ne gagnent pas la finale de la saison sont de

A. 3 : 7
B. 3 : 10
***C.** 7 : 10
D. 10 : 3

Réponse numérique

2. Les statistiques démontrent que 6 accidents de la route sur 25 sont liés à la météo. On peut exprimer les chances qu'un accident de la route soit lié à la météo sous la forme *a* : *b*. Les valeurs de *a et b* sont respectivement _____ et _____.

Solution :
6 et 19

NE **3.** Une classe de 35 élèves compte 17 garçons. On choisit un élève au hasard dans la classe. Jeannette a suggéré que les chances de sélection d'un garçon seraient de 17 : 35. Jeannette a-t-elle raison? Justifiez votre réponse.

Solution possible :
Jeannette fait une erreur en énonçant que les chances de sélectionner un garçon sont de 17 : 35. Les chances sont mesurées comme une « partie » par rapport à une autre « partie ». Dans cette situation, il y a deux parties complémentaires : garçons et filles. À ce titre, les chances de sélection d'un garçon devraient être énoncées comme le nombre de garçons par rapport au nombre de filles. Les chances de sélection d'un garçon seraient par conséquent de 17 : 18.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 4.

Une émission de jeu à la télévision énumère les chances suivantes de gagner pour trois de ses jeux.

Jeu	**Chances de victoire**
Retournez-les!	1 : 3
L'œil central	2 : 5
Déminage	1 : 4

4. **a.** Quelle est la probabilité de gagner au jeu Retournez-les!?

Solution possible :

$\frac{1}{4}$ **ou** 0,25

b. Auquel des trois jeux est-il **le plus probable** qu'un concurrent gagne? Justifiez votre réponse.

Solution possible :
Les probabilités de gagner pour chaque jeu sont

Retournez-les!	0,25
L'œil central	0,29
Déminage	0,20

Le jeu ayant la plus grande probabilité de gagner est L'œil central; par conséquent, il s'agit du jeu auquel il est **le plus probable** qu'un concurrent gagne.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 5.

Les changements climatiques sont une préoccupation majeure pour le secteur des assurances alors que les catastrophes liées au climat sont moins prévisibles et plus probables. Pour éviter la faillite, il est important pour les directeurs des assurances d'anticiper la probabilité des catastrophes liées au climat. Le Royaume-Uni, pays insulaire, se doit d'être au courant des effets du changement climatique sur les océans et les autres masses d'eau. Sur le plan historique, les chances qu'une zone inondable centenaire soit inondée au cours de n'importe quelle année sont de 1 : 99. En matière d'assurance contre les inondations pour une zone inondable centenaire, les organismes scientifiques estiment que « [...] *il y a 20 pour cent plus de possibilités de subir ces inondations dans un monde avec des changements climatiques que dans un monde sans changements climatiques* ». (traduit de *The New York Times*)

NE

5. En se basant sur l'information du New York Times, Randall affirme que, en raison des changements climatiques, les nouvelles chances qu'une inondation se produise au Royaume-Uni dans une zone inondable centenaire seraient de 21 : 99. Expliquez pourquoi vous êtes d'accord ou vous n'êtes pas d'accord avec l'affirmation de Randall. Expliquez les chances et la probabilité dans votre réponse.

Solution possible :

Je ne suis pas d'accord avec l'affirmation de Randall selon laquelle les nouvelles chances qu'une inondation se produise au Royaume-Uni dans une zone inondable centenaire seraient de 21 : 99. Les chances initiales qu'une inondation se produise étaient de 1 : 99, ce qui veut dire que la probabilité qu'une inondation se produise est de $\frac{1}{100}$ ou 0,01. La citation laisse entendre qu'il y a « 20 pour cent plus de possibilités » qu'une inondation se produise. On peut interpréter cela de deux façons différentes. La citation signifie que la nouvelle probabilité représentera l'ancienne probabilité augmentée de 20 % à 0,21 (0,01 + 0,20). Dans ce cas, les chances qu'une inondation se produise sont de 21 : 79. La citation peut aussi signifier que la nouvelle probabilité sera 0,01 • 1,20 (augmentation de 20 %) = 0,012, ce qui se traduit par 12 : 988 = 3 : 247 chances qu'une inondation se produise. Aucun de ces énoncés de chances ne correspond à l'affirmation de Randall. Par conséquent, son affirmation est erronée.

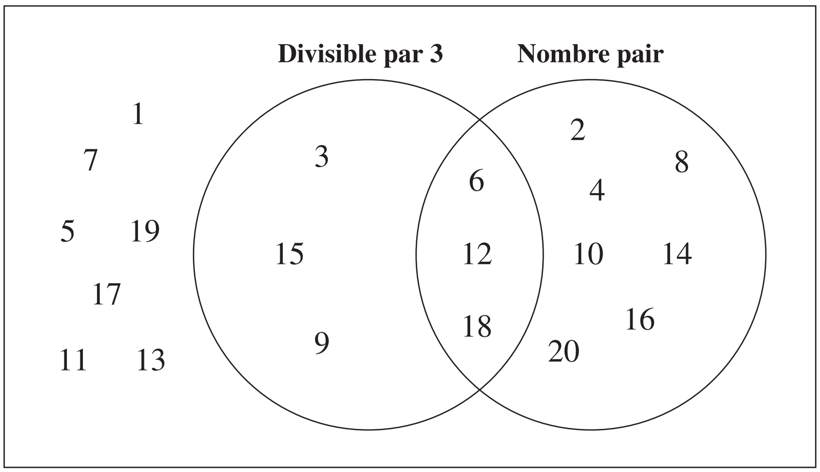
Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 6.

Pour l'ensemble des nombres naturels 1 à 20 inclus, Theresa sait que certains nombres sont divisibles par 3 et certains nombres sont pairs. Elle va inscrire chaque nombre sur une boule différente et placer les boules dans une boite.

NE

6. Si on choisit une boule au hasard dans la boite, quelle est la probabilité que le nombre qui y est inscrit soit divisible par 3 ou soit un nombre pair?

Solution possible :



Les résultats favorables sont les résultats qui se trouvent dans les cercles, donc le nombre de résultats favorables est 13.

$P(\text{Divisible par 3 ou Nombre pair}) = \frac{13}{20}$

ou

$P(\text{Divisible par 3} \cup \text{Nombre pair})$
$= P(\text{Divisible par 3}) + P(\text{Nombre pair}) - P(\text{Divisible par 3} \cap \text{Nombre pair})$

$$= \frac{6}{20} + \frac{10}{20} - \frac{3}{20}$$
$$= \frac{13}{20}$$

7. Un feu de circulation donné situé à la périphérie d'une ville reste rouge pendant 30 s, vert pendant 25 s et orange pendant 5 s chaque minute. Lorsqu'un véhicule s'approche du feu, la probabilité que celui-ci soit rouge ou orange est de

***A.** $\frac{7}{12}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{24}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 8.

Malaga, en Espagne, se trouve dans une région d'Europe qui s'appelle la Costa Del Sol (Côte du soleil). La probabilité d'ensoleillement dans la région, quel que soit le jour, est d'environ 0,89.

Réponse numérique

8. Durant une année non bissextile de 365 jours, le nombre moyen de jours de l'année pendant lesquels un touriste pourrait s'attendre à ne pas avoir d'ensoleillement, au nombre naturel près, est de __________ jours.

Solution possible :

$$1 - 0{,}89 = 0{,}11$$
$$0{,}11 \times 365 = 40{,}15$$
$$\approx 40 \text{ jours}$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 9.

Des évènements possibles pour le lancer d'un dé régulier à six faces sont énumérés ci-dessous.

1 Un nombre pair
2 Un nombre inférieur à 3
3 Un nombre qui est un multiple de 3
4 Un nombre qui est supérieur ou égal à 2

Réponse numérique

9. Dans la liste ci-dessus, les deux évènements incompatibles sont numérotés _____ et _____.

Solution :
23 **ou** 32

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 10.

Une récente enquête a déterminé que 85 % d'une population regarde la télévision au moins une fois par jour, 35 % de la population utilise un ordinateur au moins une fois par jour et 25 % de la population fait les deux activités au moins une fois par jour.

NE

10. **a.** Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi la population regarde la télévision au moins une fois par jour ou utilise un ordinateur au moins une fois par jour?

Solution possible :

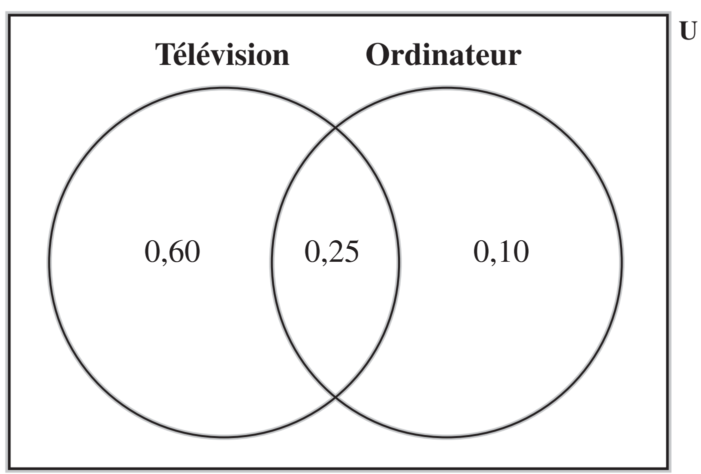
$P(\text{Télévision}) = 0{,}85$

$P(\text{Ordinateur}) = 0{,}35$

$P(\text{Télévision} \cap \text{Ordinateur}) = 0{,}25$

$$\begin{aligned} P(\text{Télévision} \cup \text{Ordinateur}) &= P(\text{Télévision}) + P(\text{Ordinateur}) - P(\text{Télévision} \cap \text{Ordinateur}) \\ &= 0{,}85 + 0{,}35 - 0{,}25 \\ &= 0{,}95 \end{aligned}$$

ou



$P(\text{Télévision} \cup \text{Ordinateur}) = 0{,}60 + 0{,}25 + 0{,}10 = 0{,}95$

b. Les évènements consistant à regarder la télévision au moins une fois par jour et utiliser l'ordinateur au moins une fois par jour sont-ils des évènements incompatibles? Justifiez votre réponse.

Solution possible :

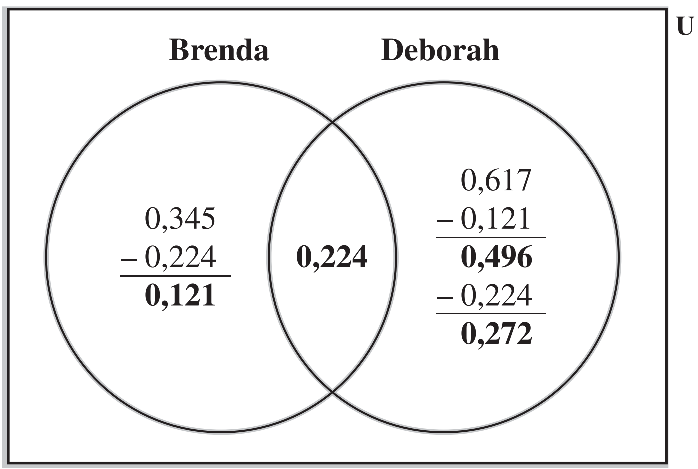
Ces évènements ne sont pas incompatibles, car certains des participants à l'enquête font les deux activités.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 11.

La probabilité que Brenda frappe un coup sûr durant un match de baseball est de 0,345. La probabilité que Brenda ou Deborah frappent un coup sûr durant le match est de 0,617. La probabilité que Brenda et Deborah frappent toutes les deux un coup sûr durant le match est de 0,224.

NE **11.** Déterminez la probabilité que Deborah frappe un coup sûr pendant le match.

Solution possible :



$$P(\mathrm{D}) = 0{,}224 + 0{,}272$$
$$= 0{,}496$$

ou

$$P(\mathrm{B} \cup \mathrm{D}) = P(\mathrm{B}) + P(\mathrm{D}) - P(\mathrm{B} \cap \mathrm{D})$$
$$0{,}617 = 0{,}345 + \mathrm{P}(\mathrm{D}) - 0{,}224$$
$$0{,}496 = P(\mathrm{D})$$

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 12.

Alan place dans un sac cinq billes blanches et cinq billes noires. Il fait ensuite les deux expériences décrites ci-dessous pour choisir deux billes dans le sac.

Première expérience
On choisit une bille dans le sac et on la remet en place avant d'en choisir une seconde.

Deuxième expérience
On choisit une bille dans le sac et on **ne la remet pas** en place avant d'en choisir une seconde.

Les deux évènements suivants sont les mêmes pour chaque expérience :

Évènement X : La première bille choisie est noire.
Évènement Y : La seconde bille choisie est blanche.

12. *Dans la première expérience, l'évènement X et l'évènement Y sont* ___***i***___ *, et dans la deuxième expérience, l'évènement X et l'évènement Y sont* ___***ii***___ .

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	***i***	***ii***
A.	dépendants	indépendants
B.	dépendants	dépendants
C.	indépendants	indépendants
***D.**	indépendants	dépendants

13. Une boite contient 6 boules bleues et 4 boules rouges. Un élève tire 2 boules de la boite, l'une après l'autre, sans les remettre en place. La probabilité, au centième près, que la première boule tirée soit bleue et que la deuxième boule soit rouge, est de __________.

Solution possible :

$$P(\text{bleu} \cap \text{rouge}|\text{bleu}) = P(\text{bleu}) \bullet P(\text{rouge}|\text{bleu})$$

$$= \frac{6}{10} \bullet \frac{4}{9}$$

$$= 0{,}27$$

14. Étant donné sa performance antérieure, la probabilité qu'une équipe de baseball donnée gagne un match est de $\frac{4}{5}$.

a. La probabilité que cette équipe gagne ses 2 prochains matchs est de

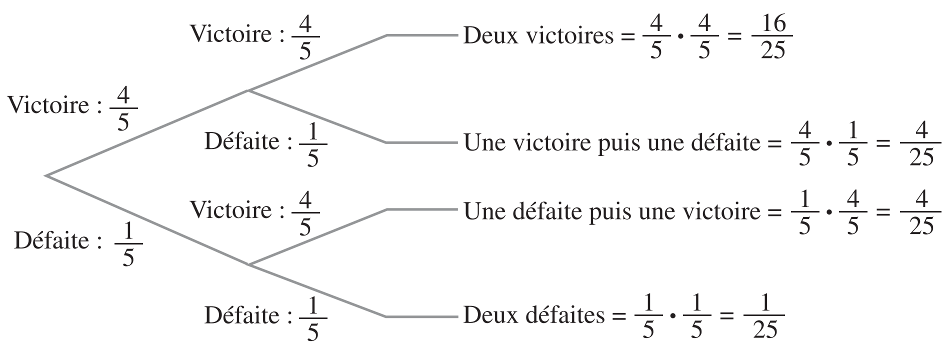
A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{1}{25}$

***D.** $\frac{16}{25}$

Solution possible :



La probabilité que l'équipe de baseball gagne ses deux prochains matchs est de $\frac{16}{25}$.

NE

b. Quelle est la probabilité que l'équipe gagne 1 match et perde 1 match durant les 2 prochains matchs?

Solution possible :

$$P(\text{gagne} \cap \text{perd}) = P(\text{gagne le } 1^{\text{er}} \cap \text{perd le } 2^{\text{e}}) + P(\text{perd le } 1^{\text{er}} \cap \text{gagne le } 2^{\text{e}})$$

$$= \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{25} + \frac{4}{25}$$

$$= \frac{8}{25}$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 15.

Dans un sac qui contient des tuiles, on choisit une tuile et on note sa couleur. Dans un deuxième sac, qui contient des billes, on choisit une bille et on note sa couleur. La probabilité de choisir au hasard une tuile bleue dans le premier sac est de 0,62. La probabilité de choisir au hasard une tuile bleue dans le premier sac et une bille bleue dans le deuxième sac est de 0,46.

NE

15. La probabilité, au centième près, de choisir une bille bleue dans le deuxième sac est de __________.

Solution possible :

$$P(\text{Tuile bleue} \cap \text{Bille bleue}) = P(\text{Tuile bleue}) \cdot P(\text{Bille bleue})$$
$$0{,}46 = 0{,}62 \cdot P(\text{Bille bleue})$$
$$0{,}74 = P(\text{Bille bleue})$$

16. Un hôtel offre le petit-déjeuner gratuit à ses clients. Un matin, l'hôtel propose 3 différentes sortes de jus, 4 différentes sortes de céréales et 2 différents types de pâtisseries. Si Tim doit choisir une sorte de jus, une sorte de céréales et un type de pâtisserie, combien de petits-déjeuners différents est-il possible de commander?

Solution possible :

$$\underset{\textbf{jus}}{\underline{\quad 3 \quad}} \cdot \underset{\textbf{céréales}}{\underline{\quad 4 \quad}} \cdot \underset{\textbf{pâtisseries}}{\underline{\quad 2 \quad}} = 24$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 17.

En Alberta, une nouvelle plaque d'immatriculation se compose de trois lettres suivies de quatre chiffres. Les lettres sont choisies parmi une liste de 23 lettres acceptables qui peuvent se répéter.

Maureen veut que la première lettre de sa plaque d'immatriculation soit un M, qui est une lettre acceptable, et elle veut aussi que les quatre chiffres correspondent aux quatre derniers chiffres du numéro de téléphone de son cellulaire dans le même ordre.

Réponse numérique

NE

17. Le nombre de plaques d'immatriculation qui correspondent aux critères de Maureen est __________.

Solution possible :
$1 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 529$

18. **a.** Déterminez combien de nombres à 4 chiffres il est possible de créer à l'aide des chiffres 0 à 9 sans répétition.

Solution possible :
$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4\ 536$

NE

b. Déterminez combien on peut créer de nombres impairs à 6 chiffres à l'aide des chiffres 0 à 9 sans répétition. Décrivez toute contrainte existante.

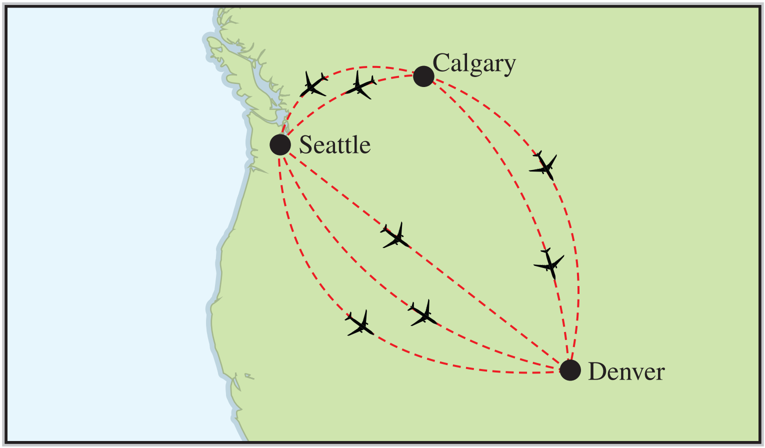
Solution possible :
$8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 = 67\ 200$

Le sixième chiffre est limité si le nombre doit être impair. Le premier chiffre est aussi limité : ce ne peut pas être 0, ni le même chiffre que le sixième chiffre.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 19.

Julien envisage de faire un voyage de Calgary à Denver. La carte ci-dessous indique les différents vols possibles pour une compagnie aérienne donnée.



Réponse numérique

NE **19.** Si Julien utilise les services de cette compagnie aérienne, combien de différents choix de vols sont possibles?

Solution possible :
Calgary à Denver **ou** Calgary à Seattle à Denver
$2 + 2 \bullet 3$
$= 8$

20. **a.** Déterminez le nombre d'arrangements distincts de toutes les lettres du mot ASSISI.

Solutions possibles :

$$\frac{6!}{3!2!} = 60 \quad \textbf{ou} \quad \frac{{}_6P_6}{3!2!} = 60 \quad \textbf{ou} \quad \frac{6 \bullet 5 \bullet 4 \bullet 3 \bullet 2 \bullet 1}{3!2!} = 60$$

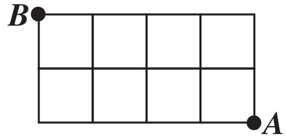
NE **b.** Combien d'arrangements distincts de toutes les lettres du mot ASSISI commencent par la lettre S?

Solution possible :

$$\frac{3 \bullet 5!}{3!2!} = 30$$

21. Déterminez le nombre de chemins différents possibles que Tyler peut suivre du point A au point B, s'il se déplace seulement vers le nord ou l'ouest.

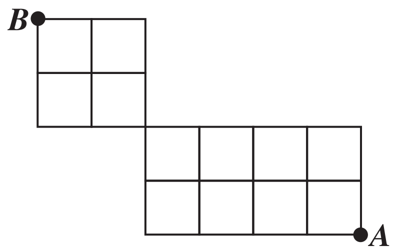
a.



Solution possible :

$$\frac{6!}{4!2!} = 15$$

b.



Solution possible :

$$\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{4!}{2!2!} = 90$$

22. Déterminez le nombre d'arrangements distincts de 3 des lettres du mot **DIPLÔME**.

Solutions possibles :

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
$${}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!}$$
$${}_7P_3 = 210$$

ou

$${}_7P_3 = 210$$

ou

$$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

23. Les 7 joueurs d'une équipe de volleyball doivent s'aligner pour les besoins d'une photo.

a. Déterminez le nombre d'arrangements différents des joueurs qu'on peut faire pour la photo.

Solutions possibles :
$7! = 5\ 040$ **ou** ${}_7P_7 = 5\ 040$ **ou** $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\ 040$

b. Déterminez le nombre d'arrangements différents des joueurs qu'on peut faire pour la photo si le joueur le plus grand doit être au milieu.

Solutions possibles :
$6! = 720$ **ou** ${}_6P_6 = 720$ **ou** $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

24. Seules six personnes, y compris Bill et Mary, possèdent des billets pour gagner 2 prix dans un tirage scolaire et chaque personne n'a qu'un billet. Une fois qu'un billet a été tiré pour l'obtention d'un prix, il n'est pas remis en jeu dans le tirage. Quelle est la probabilité que Bill remporte le premier prix et Mary le deuxième prix?

Solutions possibles :
$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$ **ou** $\frac{1}{{}_6P_2} = \frac{1}{30}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 25.

Un élève classe les contextes suivants en permutations ou en combinaisons.

Contexte A	Composer un numéro de téléphone à 10 chiffres distincts
Contexte B	Choisir 5 personnes pour faire partie d'un comité
Contexte C	Sélectionner 4 fruits à mettre dans une salade
Contexte D	Composer le code à 3 chiffres d'un téléphone

Réponse numérique

25. Pour chaque contexte, utilisez **1** pour indiquer que le contexte devrait être classé comme une **permutation** et **2** pour indiquer que le contexte devrait être classé comme une **combinaison**.

Contexte A __________

Contexte B __________

Contexte C __________

Contexte D __________

Solution :
1221

26. On peut former des triangles dans un octogone en reliant 3 de ses sommets. Déterminez le nombre de triangles différents qu'il est possible de former dans un octogone.

Solution possible :

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{(8-3)!3!}$$

$$= 56 \text{ triangles}$$

27. Une salade de fruits doit contenir 1 fruit vert, 2 fruits jaunes différents et 3 fruits rouges différents. Le nombre de salades de fruits qu'il est possible de faire à partir de 2 fruits verts différents, 5 fruits jaunes différents et 9 fruits rouges différents est

A. 20 160

B. 8 008

***C.** 1 680

D. 90

Solution possible :
${}_2C_1 \bullet {}_5C_2 \bullet {}_9C_3 = 1\ 680$

28. Ralph sait qu'il y a 15 possibilités distinctes quand on choisit 2 personnes pour former un comité parmi un groupe donné de *n* personnes.

Décrivez toute restriction sur la valeur de *n* dans ce contexte.

Solution possible :
La valeur de *n* représente le nombre de personnes dans le plus grand groupe. Ce doit être un nombre positif, car il est impossible d'avoir un nombre négatif de personnes. De plus, *n* doit être supérieur à 2 car il est impossible de sélectionner deux éléments d'un groupe plus petit que ce que l'on veut.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 29.

Un comité de 3 filles et 2 garçons doit être sélectionné parmi un groupe de 9 filles et 7 garçons. On peut exprimer le nombre total de comités différents qu'il est possible de constituer sous la forme

$${}_wC_x \bullet {}_yC_z$$

où ${}_wC_x$ représente le nombre de choix possibles de filles pour le comité et ${}_yC_z$ représente le nombre de choix possibles de garçons pour le comité.

Réponse numérique

29. Les valeurs de *w*, *x*, *y* et *z* sont respectivement _____, _____, _____ et _____.

Solution :
9372

30. Dans un groupe de 9 élèves, il y a 4 filles et 5 garçons.

a. Combien de comités différents de 4 membres comprennent 2 filles et 2 garçons?

Solution possible :

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{5}{2} = 60$$

NE

b. Combien de comités différents composés de 2 ou 3 élèves peut-on composer?

Solution possible :

$$\binom{9}{2} + \binom{9}{3} = 120$$

c. Dans le groupe de 9 élèves, 3 sont en 10^{e} année, 3 sont en 11^{e} année et 3 sont en 12^{e} année. Déterminez la probabilité que 2 élèves de 10^{e} année soient choisis pour faire partie d'un comité de 2 personnes.

Solutions possibles :

$$\frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{12} \qquad \textbf{ou} \qquad \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$$

À noter : Cet exemple est considéré comme représentatif de la norme acceptable même s'il est techniquement possible de prendre en considération ${}_6C_0$ dans le numérateur de la solution à gauche. Puisqu'il s'agit d'une étape que les élèves n'auront pas à effectuer afin de parvenir à la bonne réponse, on estime qu'elle comporte une seule combinaison dans le numérateur.

NE

d. Déterminez la probabilité qu'un comité de 4 membres choisis au hasard parmi ce groupe soit composé d'au moins 3 filles.

Solution possible :

$$\frac{{}_4C_3 \cdot {}_5C_1}{{}_9C_4} + \frac{{}_4C_4}{{}_9C_4} = \frac{1}{6}$$

Normes pour les relations et les fonctions

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Remarques générales :

- Dans ce sujet d'étude, l'accent est mis sur l'application des fonctions.
- Les enseignants peuvent employer des manipulations algébriques ainsi que des modèles de régression pour explorer les fonctions étudiées dans ce sujet.
- Les élèves devraient être en mesure d'établir des liens entre les solutions graphiques et les solutions algébriques d'une équation.
- Les élèves devraient bien connaitre les termes *expression*, *équation*, *fonction*, *racines étrangères* et *valeurs non permises*. Les élèves devraient aussi être conscients que certaines solutions doivent être rejetées en raison du contexte du problème.
- La technologie peut s'avérer utile quant à l'exploration et à la compréhension des liens entre les paramètres d'une équation et les caractéristiques du graphique de la fonction correspondante.
- Pour les résultats d'apprentissage spécifiques 6, 7 et 8, lorsque les élèves utilisent l'équation de la fonction de régression pour des interpolations ou des extrapolations, ils devraient utiliser les valeurs non arrondies des paramètres.
- Lors de la résolution de problèmes contextualisés, les élèves doivent illustrer, explicitement ou implicitement, la signification des quantités variables utilisées.
- Les résultats d'apprentissage spécifiques 4, 5 et 6 sont interdépendants, et les enseignants peuvent les explorer simultanément. Bien que les élèves puissent ne pas être familiers avec les fonctions réciproques, ils sont en mesure d'explorer la symétrie entre une fonction exponentielle et la fonction logarithmique correspondante. L'étude en détail des fonctions réciproques dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.
- Bien qu'il y ait de nombreuses méthodes acceptables pour exprimer le domaine et l'image, les élèves devront fournir uniquement la notation ensembliste simplifiée (p. ex. : $-3 < x < 8$). Sauf indication contraire, tous les énoncés de domaine et d'image se font dans l'ensemble des nombres réels.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Résultat d’apprentissage spécifique 1

Déterminer des formes équivalentes d’expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). **[C, CE, R]**

Remarques :

- Les élèves devraient savoir qu’il faut énoncer les valeurs non permises avant de simplifier l’expression rationnelle.
- La technologie (T) n’est pas identifiée comme faisant partie des processus mathématiques devant être incorporés dans le cadre de ce résultat d’apprentissage particulier. Bien que les élèves puissent parfois utiliser la technologie pour explorer des formes équivalentes d’expressions rationnelles, on s’attend à ce qu’ils puissent réaliser ce résultat d’apprentissage sans utiliser la technologie.

(Voyez les exemples 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.)

Résultat d’apprentissage spécifique 2

Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). **[CE, L, R]**

Remarques :

- Les élèves devraient établir des liens entre leurs connaissances préalables des opérations sur des nombres rationnels aux opérations sur des expressions rationnelles.
- Lorsque l’on effectue des opérations sur des expressions rationnelles, l’expression qui en résulte ne se limite pas à un monôme ou un binôme.
- Les opérations devraient se limiter à deux expressions rationnelles.
- Les élèves devraient savoir qu’il faut énoncer les valeurs non permises avant d’effectuer les opérations sur les expressions rationnelles.
- La technologie (T) n’est pas identifiée comme faisant partie des processus mathématiques devant être incorporés dans le cadre de ce résultat d’apprentissage particulier. Bien que les élèves puissent parfois utiliser la technologie pour explorer des formes équivalentes d’expressions rationnelles, on s’attend à ce qu’ils puissent réaliser ce résultat d’apprentissage sans utiliser la technologie.
- Les élèves devraient savoir que $(x - a)$ et $(a - x)$ ont des facteurs binomiaux équivalents.

(Voyez les exemples 8, 9 et 10.)

Résultat d'apprentissage spécifique 3

Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes et des binômes). **[C, L, RP, R]**

Remarques :

- Il se peut que les élèves aient besoin de revoir comment résoudre des équations quadratiques grâce à diverses méthodes, tel que la factorisation et la formule quadratique.
- Les élèves devraient savoir que les équations servant à résoudre certains problèmes contextualisés peuvent avoir des solutions à rejeter, des racines étrangères, ou bien les deux.
- Les élèves devraient savoir qu'il faut tenir compte des valeurs non permises au moment de résoudre des problèmes qui comportent des équations rationnelles.
- La technologie (T) n'est pas identifiée comme faisant partie des processus mathématiques devant être incorporés dans le cadre de ce résultat d'apprentissage particulier. Bien que les élèves puissent parfois utiliser la technologie pour explorer des formes équivalentes d'expressions rationnelles, on s'attend à ce qu'ils puissent réaliser ce résultat d'apprentissage sans utiliser la technologie.

(Voyez les exemples 11, 12, 13, 14 et 15.)

Résultat d'apprentissage spécifique 4

Démontrer une compréhension des logarithmes et des lois des logarithmes. **[C, L, CE, R] [TIC : C6–4.1]**

Remarques :

- Si on n'indique pas la base d'une expression logarithmique, on considère qu'il s'agit de la base dix.
- Les élèves devraient connaitre les lois des exposants avant de s'engager dans ce résultat d'apprentissage.
- Ce résultat d'apprentissage est axé sur le développement de la compréhension conceptuelle des logarithmes.
- Les lois des logarithmes peuvent être vérifiées à l'aide de valeurs numériques. La preuve des lois des logarithmes dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.
- Les logarithmes naturels seront utilisés seulement pour la régression logarithmique (Résultat d'apprentissage spécifique 6)

(Voyez les exemples 16, 17, 18, 19, 20, 21 et 22.)

Résultat d'apprentissage spécifique 5

Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles. **[C, L, R, RP, T] [TIC : C6–4.1; C6–4.3]**

Remarques :

- Les élèves devraient revoir les lois des exposants et les lois des logarithmes avant de commencer ce résultat d'apprentissage.
- Les élèves devraient résoudre des équations exponentielles à la fois algébriquement et graphiquement; toutefois, on ne doit résoudre que graphiquement les équations complexes telles que $a^{(cx + d)} = b^{(ex + f)}$, où l'on ne peut pas écrire a et b sous la forme de puissances possédant une base commune.
- La résolution des équations logarithmiques, telles que $\log x + \log 5 = 3$, dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.

(Voyez les exemples 23 et 24.)

Résultat d'apprentissage spécifique 6

Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes. **[C, L, RP, T, V] [TIC : C6–4.1; C6–4.3; C6–4.4]**

Remarques :

- L'accent de ce résultat d'apprentissage devrait être placé sur l'application des exposants et des logarithmes. Certaines applications possibles impliquent l'échelle des décibels, l'échelle de Richter, la croissance et la décroissance, et l'intérêt composé. Toutefois, les élèves ne devraient pas avoir à déterminer les versements périodiques pour un emprunt ou une hypothèque.
- Les enseignants peuvent discuter des caractéristiques de base – telles que les coordonnées à l'origine, la forme du graphique, le domaine et l'image – des fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Lors de la résolution d'un problème contextualisé, l'accent devrait être mis sur la façon dont les caractéristiques des fonctions exponentielles ou logarithmiques se rapportent au contexte du problème.
- Pour fournir une solution algébrique à un problème comportant des intérêts composés, on devrait donner aux élèves une fonction qui modélise la valeur composée, à moins que l'intérêt soit composé annuellement.
- Les élèves peuvent utiliser la régression exponentielle ou la régression logarithmique pour résoudre des problèmes; toutefois, les élèves n'auront pas à identifier laquelle de celles-ci est la régression appropriée pour un ensemble de données.
- Les élèves doivent savoir que le nombre e est un nombre irrationnel qui est utilisé pour effectuer la régression logarithmique. La compréhension conceptuelle de la nature du nombre e dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.

(Voyez les exemples 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32 et 33.)

Résultat d'apprentissage spécifique 7

Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes. **[C, L, RP, T, V] [TIC : C6–4.1; C6–4.3; C6–4.4]**

Remarques :

- L'accent de ce résultat d'apprentissage devrait être placé sur l'application des fonctions polynomiales.
- Les enseignants pourraient revoir les liens entre les racines d'une équation, les zéros de la fonction correspondante et les abscisses à l'origine du graphique de la fonction.
- Les enseignants pourraient aborder les caractéristiques de base – telles que les coordonnées à l'origine, les points où le graphique change de direction, le maximum, le minimum, le domaine et l'image – pour chaque type de fonction (linéaire, quadratique, cubique).
- Lors de la résolution d'un problème contextualisé, l'examen des caractéristiques d'une fonction polynomiale devrait porter principalement sur la façon dont les caractéristiques se rapportent au contexte du problème
- Les problèmes contextualisés comportant des fonctions linéaires ou quadratiques peuvent être résolus algébriquement ou à l'aide de la technologie. Si les élèves utilisent la régression, ils devraient utiliser un minimum de cinq points pour déterminer une équation de régression appropriée. Les problèmes contextualisés comportant des fonctions cubiques devraient être résolus à l'aide de la technologie.
- Les élèves devraient expliquer pourquoi certaines solutions doivent être rejetées dans le contexte d'un problème.

(Voyez les exemples 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 et 42.)

Résultat d'apprentissage spécifique 8

Représenter des données à l'aide de fonctions sinusoïdales pour résoudre des problèmes.
[C, L, RP, T, V] [TIC : C6–4.1; C6–4.3; C6–4.4]

Remarques :

- L'accent de ce résultat d'apprentissage devrait être placé sur l'application des fonctions sinusoïdales.
- L'intention de ce résultat d'apprentissage n'est pas de faire une étude approfondie des fonctions sinusoïdales, mais d'utiliser des modèles sinusoïdaux pour démontrer des régularités à partir desquelles on peut tirer des inférences. Les applications se limiteront à $y = \sin x$.
- Les enseignants peuvent examiner les caractéristiques de base d'une fonction sinusoïdale, telles que les coordonnées à l'origine, l'amplitude, la période, le maximum, le minimum, la médiane, la droite médiane, le domaine et l'image.
- Lors de la résolution d'un problème contextualisé, l'examen des caractéristiques d'une fonction sinusoïdale devrait être axé sur la façon dont les caractéristiques se rapportent au contexte du problème.
- La technologie peut servir à résoudre des problèmes contextualisés comprenant des fonctions sinusoïdales.
- Les calculatrices graphiques modélisent une régression sinusoïdale sous la forme $y = a \bullet \sin(bx + c) + d$, où x est mesuré en radians. Cela signifie que les élèves devront bien connaitre les radians comme autre unité de mesure des angles. Toutefois, la conversion des degrés en radians et vice versa dépasse la portée de ce cours.
- Un minimum de cinq points d'une période suffit normalement à produire un modèle de régression sinusoïdale adéquat. Il est recommandé aux élèves qui saisissent des valeurs de régression sinusoïdale dans une calculatrice graphique de commencer par la plus petite valeur de x.
- Les élèves devraient faire le lien entre le terme *droite médiane* et la *médiane*.
- Les élèves devraient savoir que lorsque $c \neq 0$, il s'est produit un déphasage, mais énoncer son amplitude ou sa direction dépasse la portée du cours de Mathématiques 30–2.

(Voyez les exemples 43, 44, 45, 46, 47, 48 et 49.)

Norme acceptable	Norme d’excellence
L’élève peut	L’élève peut aussi
• simplifier une expression rationnelle	
• déterminer si deux expressions rationnelles sont équivalentes	• déterminer une expression rationnelle équivalente, étant donné une expression rationnelle et les valeurs non permises
• identifier toute erreur dans la simplification d’une expression rationnelle	• identifier et corriger toute erreur dans la simplification d’une expression rationnelle
• énoncer toutes les valeurs non permises d’une expression rationnelle donnée	
• expliquer pourquoi il y a une valeur non permise	
• démontrer par substitution qu’une valeur est non permise pour une expression rationnelle	
• déterminer la somme ou la différence de deux expressions rationnelles ayant les mêmes dénominateurs ou des dénominateurs qui comprennent des monômes différents	
• déterminer la somme ou la différence de deux expressions rationnelles ayant des dénominateurs qui comprennent des binômes équivalents	• déterminer la somme ou la différence de deux expressions rationnelles ayant des dénominateurs qui comprennent des binômes non équivalents
• déterminer le produit ou le quotient de deux expressions rationnelles	
• énoncer les valeurs non permises de la somme, de la différence, du produit ou du quotient de deux expressions rationnelles	• expliquer pourquoi, lorsqu’on divise des expressions rationnelles, le diviseur peut produire d’autres valeurs non permises pour le quotient
• identifier toute erreur dans un problème comportant des opérations sur des expressions rationnelles.	• identifier et corriger toute erreur dans un problème comportant des opérations sur des expressions rationnelles
• résoudre algébriquement une équation rationnelle qui se simplifie en une équation linéaire et identifier les racines étrangères	• résoudre algébriquement une équation rationnelle qui se simplifie en une équation quadratique et identifier les racines étrangères
• identifier une erreur dans la solution d’une équation rationnelle	• identifier et corriger une erreur dans la solution d’une équation rationnelle

- résoudre un problème contextualisé à partir d'une équation rationnelle qui se simplifie en une équation linéaire et identifier des racines étrangères
- expliquer pourquoi la solution d'une équation rationnelle pourrait être rejetée dans un problème contextualisé
- exprimer un logarithme sous forme exponentielle et vice versa
- trouver la valeur de $\log_a b$ quand b est une puissance entière de a, sans utiliser la technologie
- trouver la valeur de $\log_a b$ en utilisant la technologie
- appliquer les lois des logarithmes aux logarithmes comportant des valeurs numériques
- appliquer une des lois des logarithmes du produit, du quotient, ou des puissances avec des variables
- appliquer la loi du produit et la loi du quotient à des logarithmes comportant des variables
- estimer la solution d'une équation exponentielle de la forme $a = b^x$
- résoudre algébriquement des équations exponentielles de la forme $a = c \cdot b^x$
- résoudre algébriquement des équations exponentielles de la forme $a^{(cx + d)} = b^{(ex + f)}$, où on peut exprimer a et b sous forme de puissances ayant une base commune
- résoudre graphiquement toute équation exponentielle
- identifier une erreur dans la solution d'une équation exponentielle
- tracer le graphique de fonctions logarithmiques ou exponentielles, incluant les abscisses et l'ordonnée à l'origine, le domaine et l'image, et analyser ces fonctions, à l'aide de la technologie

- résoudre un problème contextualisé à partir d'une équation rationnelle qui se simplifie en une équation quadratique et identifier des racines étrangères
- déterminer une équation rationnelle qui modélise un contexte donné
- appliquer deux ou plusieurs des lois des logarithmes aux logarithmes comportant des variables dont une des deux lois est la loi des puissances
- résoudre algébriquement des équations exponentielles de la forme $a = c \cdot b^{(dx + e)}$
- résoudre algébriquement des équations exponentielles de la forme $a = b^{(cx + d)}$, où on ne peut pas exprimer a et b sous forme de puissances ayant une base commune
- identifier et corriger une erreur dans la solution d'une équation exponentielle

• effectuer une régression exponentielle ou logarithmique pour obtenir une équation de régression appropriée afin de résoudre des problèmes	• expliquer quel est l'impact des modifications du contexte d'un problème sur une fonction exponentielle ou sur son graphique
• déterminer une fonction exponentielle qu'on pourrait utiliser pour modéliser un problème contextualisé où une table de valeurs ou le graphique sont donnés	• déterminer une fonction exponentielle qu'on pourrait utiliser pour modéliser un problème contextualisé où une table de valeurs ou le graphique ne sont pas donnés
• résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction exponentielle où la fonction, une table de valeurs ou le graphique sont donnés	• résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction exponentielle où la fonction, une table de valeurs ou le graphique ne sont pas donnés
• résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction logarithmique où la fonction, une table de valeurs ou le graphique sont donnés	
• tracer le graphique des données modélisées par une fonction exponentielle ou logarithmique	
• tracer le graphique et analyser des fonctions polynomiales, y compris les coordonnées à l'origine, les points où le graphique change de direction, le maximum, le minimum, le domaine et l'image, à l'aide de la technologie	• identifier le domaine et l'image d'une fonction polynomiale, étant donné un contexte
• effectuer une régression linéaire, quadratique ou cubique pour obtenir une équation de régression appropriée afin de résoudre des problèmes	
• résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction polynomiale où la fonction, une table de valeurs ou le graphique sont donnés	• résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction polynomiale où la fonction, une table de valeurs ou le graphique ne sont pas donnés
	• expliquer quel est l'impact des modifications du contexte d'un problème sur une fonction polynomiale ou sur son graphique
• tracer le graphique et analyser des fonctions sinusoïdales, incluant les coordonnées à l'origine, l'amplitude, la période, le maximum, le minimum, la médiane, l'équation de la droite médiane, ainsi que le domaine et l'image	• identifier le domaine et l'image d'une fonction sinusoïdale, étant donné un contexte
• effectuer une régression sinusoïdale pour obtenir une équation de régression appropriée afin de résoudre des problèmes	

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

- résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction sinusoïdale où la fonction, une table de valeurs ou le graphique sont donnés
- identifier une équation de régression appropriée à partir de données qui représentent un contexte
- participer et contribuer au processus de résolution de problèmes qui requièrent l'analyse des relations et fonctions étudiée en Mathématiques 30–2

- résoudre un problème contextualisé modélisé par une fonction sinusoïdale où l'équation, une table de valeurs ou le graphique ne sont pas donnés
- expliquer quel est l'impact des modifications du contexte d'un problème sur une fonction sinusoïdale ou sur son graphique
- trouver la solution des problèmes qui requièrent l'analyse des relations et fonctions étudiée en Mathématiques 30–2

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Exemples de questions

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de la notation **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

À noter : Dans les questions à choix multiple qui suivent, l'astérisque (*) indique la bonne réponse. Veuillez noter que les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables.

1. Une expression équivalente à $\frac{x^2+x}{x}$, où $x \neq 0$, est

A. x
B. x^2
***C.** $x + 1$
D. $x^2 + 1$

Réponse numérique

2. La valeur non permise de x dans l'expression $\frac{2x+1}{3x-9}$ est __________.

Solution possible :

$$3x - 9 \neq 0$$
$$3x \neq 9$$
$$x \neq 3$$

La valeur non permise de x est 3.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 3.

Sanja et David ont tous les deux simplifié l'expression $\frac{x}{x^2+x}$. Leur travail est représenté ci-dessous.

Sanja	**David**
$\frac{x}{x^2+x}$	$\frac{x}{x^2+x}$
$\frac{x}{x(x+1)}$	$\frac{{}^{1}\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}+{}^{1}\cancel{x}}$
$\frac{1}{x+1}$	$\frac{1}{x+1}$

Sanja a énoncé que les valeurs non permises de x pour les expressions rationnelles équivalentes sont –1 et 0.

David a énoncé que la valeur non permise de x pour les expressions rationnelles équivalentes est –1.

3. Quel est l'élève ayant énoncé une bonne réponse? Justifiez votre choix de réponse.

Solution possible :
Sanja a énoncé une bonne réponse. Les deux élèves ont bien simplifié l'expression, mais David a fait une erreur en énonçant les valeurs non permises. Les valeurs non permises de x doivent être identiques pour des expressions rationnelles équivalentes. Les valeurs non permises pour l'expression originale étaient –1 et 0. Elles doivent être les mêmes pour l'expression simplifiée.

4. Expliquez pourquoi la valeur non permise de x pour l'expression $\frac{3x}{x+2}$ est –2.

Solution possible :
La valeur non permise pour toute expression rationnelle est la valeur qui, substituée à la variable, rend le dénominateur égal à 0 et par conséquent, l'expression rationnelle est non définie. Dans ce cas, si on remplace x par –2, le dénominateur sera 0. C'est pourquoi la valeur non permise de x est –2.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 5.

Si on simplifie l'expression rationnelle $\frac{2x+4}{x^2-4}$, on peut écrire l'expression équivalente sous la forme $\frac{2}{\boldsymbol{A}}$, où $x \neq \boldsymbol{B}$.

On peut choisir dans le tableau ci-dessous les expressions de ***A*** et ***B*** qui complèteraient correctement la forme simplifiée.

Code	Possibilités pour *A*	Code	Possibilités pour *B*
1	$x - 2$	**4**	–2
2	$x + 2$	**5**	0
3	x	**6**	–2 et 2
		7	–2, 0 et 2

Réponse numérique

5. Dans l'expression équivalente $\frac{2}{\boldsymbol{A}}$, où $x \neq \boldsymbol{B}$, le code pour

A est ___________

B est ___________

Solution :
16

NE

6. On simplifie en x une expression rationnelle dont la valeur non permise de x est 1. Déterminez une expression rationnelle équivalente pour l'expression simplifiée.

Solution possible :
Une expression équivalente pourrait être $\frac{x(x-1)}{(x-1)}$ ou $\frac{x^2-x}{x-1}$. Cette expression a une valeur non permise pour x de 1.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

On peut simplifier l'expression $\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{C}}$ en $\frac{x+4}{x+3}$, où $x \neq -3$ et $x \neq 3$. Henry sait qu'il est possible de choisir une expression dans chacun des tableaux ci-dessous pour former l'expression initiale.

Code	**Possibilités pour *A***
1	$(x-3)$
2	$(2x-6)$
3	$(3x-9)$

Code	**Possibilités pour *B***
4	$(2x+8)$
5	$(x+4)$
6	$\frac{1}{2}(x+4)$

Code	**Possibilités pour *C***
7	$(3x^2-27)$
8	$(2x^2-18)$
9	(x^2-9)

Réponse numérique

NE **7.** Un choix possible pour former l'expression initiale est $(x-3)$, $(x+4)$ et (x^2-9). Par conséquent, Henry note le code 159. Pour former une autre expression initiale possible, un code pour

A est __________

B est __________

C est __________

(Il y a plus d'une bonne réponse.)

Solutions possibles :
258
148
269
357

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 8.

On peut représenter le produit simplifié de $\frac{2n^4p}{3m} \cdot \frac{6m^6}{3n^2p^2}$, où $m \neq 0$, $n \neq 0$ et $p \neq 0$, par

$$\frac{\boldsymbol{A}m^{\boldsymbol{B}}n^{\boldsymbol{C}}}{3p}$$

où A, B et C représentent des nombres naturels à 1 chiffre.

Réponse numérique

8. Dans le produit simplifié $\frac{\boldsymbol{A}m^{\boldsymbol{B}}n^{\boldsymbol{C}}}{3p}$, la valeur de

A est __________

B est __________

C est __________

Solution :
452

9. Simplifiez les expressions ci-dessous.

a. $\dfrac{5}{3x^2} \bullet \dfrac{6x}{x+2}$, où $x \neq -2$ et $x \neq 0$

b. $\dfrac{x}{x+2} \bullet \dfrac{3x+6}{x-3}$, où $x \neq -2$ et $x \neq 3$

c. $\dfrac{x+3}{5x-1} \div \dfrac{2x+6}{4x}$, où $x \neq -3$, $x \neq 0$ et $x \neq \dfrac{1}{5}$

d. $\dfrac{x^2+3x}{x^2-16} \div \dfrac{x+3}{x+4}$, où $x \neq -4$, $x \neq -3$ et $x \neq 4$

Solutions possibles :

a.
$$\begin{aligned}\frac{5}{3x^2} \bullet \frac{6x}{x+2} &= \frac{30x}{3x^2(x+2)} \\ &= \frac{10}{x(x+2)}\end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned}\frac{x}{x+2} \bullet \frac{3x+6}{x-3} &= \frac{x(3)(x+2)}{(x+2)(x-3)} \\ &= \frac{3x}{x-3}\end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned}\frac{x+3}{5x-1} \div \frac{2x+6}{4x} &= \frac{x+3}{5x-1} \bullet \frac{4x}{2(x+3)} \\ &= \frac{2x}{5x-1}\end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned}\frac{x^2+3x}{x^2-16} \div \frac{x+3}{x+4} &= \frac{x(x+3)}{(x+4)(x-4)} \bullet \frac{x+4}{x+3} \\ &= \frac{x}{x-4}\end{aligned}$$

10. Simplifiez les expressions rationnelles ci-dessous. Énoncez toutes les valeurs non permises.

a. $\dfrac{3}{5x}+\dfrac{7x}{4}$

b. $\dfrac{4x}{x-7}-\dfrac{5x+3}{x-7}$

c. $\dfrac{x+1}{3x^2-12x}+\dfrac{5}{2x-8}$

d. $\dfrac{x}{3-x}-\dfrac{3}{x-3}$

e. $\dfrac{2x}{x+3}-\dfrac{x-1}{x}$

NE **f.** $\dfrac{x}{4x^2-1}+\dfrac{3x}{2x^2+x}$

NE **g.** $\dfrac{x^2+3x}{x^2-4}+\dfrac{x^2+5x}{x+2}$

Solutions possibles :

a.
$$\begin{aligned}\frac{3}{5x}+\frac{7x}{4}&=\frac{12}{20x}+\frac{35x^2}{20x}\\&=\frac{12+35x^2}{20x},\text{ où } x\neq 0\end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned}\frac{4x}{x-7}-\frac{5x+3}{x-7}&=\frac{4x-5x-3}{x-7}\\&=\frac{-x-3}{x-7},\text{ où } x\neq 7\end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned}\frac{x+1}{3x^2-12x}+\frac{5}{2x-8}&=\frac{x+1}{3x(x-4)}+\frac{5}{2(x-4)}\\&=\frac{2(x+1)}{6x(x-4)}+\frac{5(3x)}{6x(x-4)}\\&=\frac{17x+2}{6x(x-4)},\text{ où } x\neq 0 \text{ et } x\neq 4\end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned}\frac{x}{3-x}-\frac{3}{x-3}&=\frac{x}{-(x-3)}-\frac{3}{x-3}\\&=\frac{-x-3}{x-3},\text{ où } x\neq 3 \quad \textbf{ou} \quad \frac{-(x+3)}{x-3},\text{ où } x\neq 3 \quad \textbf{ou} \quad \frac{x+3}{3-x},\text{ où } x\neq 3\end{aligned}$$

Solutions possibles :

e. $$\frac{2x}{x+3}-\frac{x-1}{x}=\frac{2x^2}{x(x+3)}-\frac{(x-1)(x+3)}{x(x+3)}$$
$$=\frac{2x^2}{x(x+3)}-\frac{x^2+2x-3}{x(x+3)}$$
$$=\frac{2x^2-x^2-2x+3}{x(x+3)}$$
$$=\frac{x^2-2x+3}{x(x+3)},\text{ où }\ x\neq 0\text{ et }\neq -3$$

f. $$\frac{x}{4x^2-1}+\frac{3x}{2x^2+x}=\frac{x}{(2x-1)(2x+1)}+\frac{3x}{x(2x+1)}$$
$$=\frac{x}{(2x-1)(2x+1)}+\frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}(2x+1)}$$
$$=\frac{x}{(2x-1)(2x+1)}+\frac{3(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)}$$
$$=\frac{x+6x-3}{(2x-1)(2x+1)}$$
$$=\frac{7x-3}{(2x-1)(2x+1)},\text{ où }x\neq\frac{-1}{2},\ x\neq 0\text{ et }x\neq\frac{1}{2}$$

g. $$\frac{x^2+3x}{x^2-4}+\frac{x^2+5x}{x+2}=\frac{x^2+3x}{(x+2)(x-2)}+\frac{(x^2+5x)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$
$$=\frac{x^2+3x+x^3+3x^2-10x}{(x+2)(x-2)}$$
$$=\frac{x^3+4x^2-7x}{(x+2)(x-2)}$$
$$=\frac{x(x^2+4x-7)}{(x+2)(x-2)},\text{ où }x\neq -2\text{ et }x\neq 2$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 11.

Dans des circuits en parallèle, on détermine la résistance totale d'un circuit à l'aide de la formule $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, où R_T est la résistance totale, R_1 est la résistance d'une branche du circuit en parallèle, et R_2 est la résistance de l'autre branche du circuit en parallèle.

Un circuit en parallèle a une branche qui a une résistance de 5 Ω de plus que l'autre branche. On peut représenter cela par l'équation

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}$$

où x est la résistance d'une branche du circuit parallèle, en ohms.

11. Si la résistance totale de ce circuit, R_T, est de 6 Ω, on peut conclure que la résistance des deux branches du circuit est de

A. 3 Ω et 3 Ω

B. 3 Ω et 8 Ω

C. 5 Ω et 10 Ω

***D.** 10 Ω et 15 Ω

12. Déterminez la solution de chaque équation.

a. $\frac{5x-1}{4x+11} = \frac{3}{4}$

b. $\frac{3}{x} + \frac{5}{3} = 10$

c. $\frac{3x}{x-1} - \frac{4}{x} = 3$

NE **d.** $\frac{2x}{x+3} + \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$

Solutions possibles :

a.

$$\frac{5x-1}{4x+11}=\frac{3}{4}$$
$$4(5x-1)=3(4x+11)$$
$$20x-4=12x+33$$
$$8x=37$$
$$x=\frac{37}{8}$$

Étant donné que $\frac{37}{8}$ n'est pas l'une des valeurs non permises, la solution est $x=\frac{37}{8}$.

b.

$$\frac{3}{x}+\frac{5}{3}=10$$
$$9+5x=30x$$
$$9=25x$$
$$x=\frac{9}{25}$$

Étant donné que $\frac{9}{25}$ n'est pas l'une des valeurs non permises, la solution est $x=\frac{9}{25}$.

c.

$$\frac{3x}{x-1}-\frac{4}{x}=3$$
$$3x(x)-4(x-1)=3x(x-1)$$
$$3x^2-4x+4=3x^2-3x$$
$$-x=-4$$
$$x=4$$

Étant donné que 4 n'est pas l'une des valeurs non permises, la solution est $x = 4$.

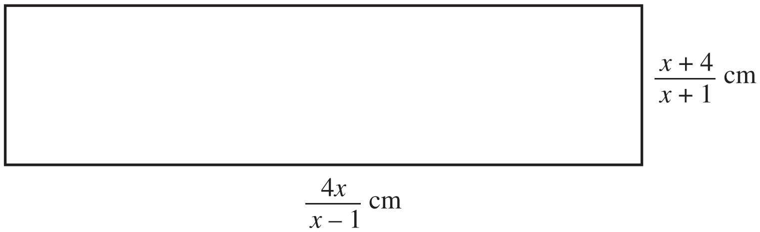
d.

$$\frac{2x}{x+3}+\frac{x}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$$
$$2x(x-3)+x(x+3)=18$$
$$2x^2-6x+x^2+3x=18$$
$$3x^2-3x-18=0$$
$$x^2-x-6=0$$
$$(x-3)(x+2)=0$$
$$x=3 \text{ ou } x=-2$$

Toutefois, x ne peut pas être égal à 3 parce que cela ferait qu'un des dénominateurs de l'équation rationnelle soit égal à 0. Étant donné que $x = 3$ est rejeté, la seule solution est $x = –2$.

Utilise l'information suivante pour répondre à la question 13.

Les dimensions d'un certain rectangle sont représentées par des expressions rationnelles, où $x > 1$, comme illustré ci-dessous.



NE **13.** Si l'aire du rectangle est de 16 cm^2, déterminez les dimensions du rectangle au centimètre près.

Solution possible :

$$\frac{4x}{x-1} \bullet \frac{x+4}{x+1} = 16$$

$$\begin{aligned} 4x(x+4) &= 16(x-1)(x+1) \\ 4x^2 + 16x &= 16x^2 - 16 \\ 0 &= 12x^2 - 16x - 16 \\ 0 &= 4(3x^2 - 4x - 4) \\ 0 &= 4(3x+2)(x-2) \end{aligned}$$

$$x = \frac{-2}{3} \text{ ou } x = 2$$

Puisque $x > 1$, la solution de l'équation est $x = 2$.

La longueur du rectangle est de $\frac{4 \bullet 2}{2-1} = 8$ cm.

La largeur du rectangle est de $\frac{2+4}{2+1} = 2$ cm.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 14.

Un élève a résolu une équation rationnelle à l'aide des étapes ci-dessous.

$$\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 2$$

Étape 1 $x(x-1) - 2(x+1) = 2$

Étape 2 $x^2 - x - 2x - 2 = 2$

Étape 3 $x^2 - 3x - 4 = 0$

Étape 4 $(x-4)(x+1) = 0$

Étape 5 $x = -1$ ou $x = 4$

NE **14.** **a.** Identifiez les erreurs commises dans les étapes ci-dessus.

Solution possible :

Étape 1 : l'élève n'a pas multiplié le membre droit de l'équation par le dénominateur commun.

Étapes 2, 3 et 4 : l'élève a reporté l'erreur de l'étape 1. (À noter : S'il n'y avait pas eu d'erreur à l'étape 1, ces étapes auraient été valides.)

Étape 5 : une fois encore, l'élève a reporté l'erreur de l'étape 1. L'élève a aussi fait l'erreur de ne pas rejeter la racine étrangère de $x = -1$.

NE **b.** Faites les corrections nécessaires pour obtenir la solution de l'équation.

Solution possible :

Étape 1 $x(x - 1) - 2(x + 1) = 2(x + 1)(x - 1)$

Étape 2 $x^2 - x - 2x - 2 = 2x^2 - 2$

Étape 3 $x^2 + 3x = 0$

Étape 4 $x(x + 3) = 0$

Étape 5 $x = -3$ ou $x = 0$

Les valeurs non permises sont -1 et 1. Étant donné que -3 et 0 ne sont pas l'une des valeurs non permises, la solution est $x = -3$ ou $x = 0$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 15.

Elliott Nicholls détient actuellement le record mondial pour avoir envoyé le plus rapidement des messages textes les yeux fermés. Il a pu envoyer des messages textes de 160 caractères en 40 secondes de moins que le détenteur du record mondial précédent. Le taux moyen d'envoi de messages textes d'Elliott était de 1,6 caractère/seconde plus rapide que le détenteur du record mondial précédent. Le tableau ci-dessous résume cette information.

	Nombre de caractères	**Temps utilisé (s)**	**Taux moyen d'envoi de messages textes (caractères/s)**
Précédent détenteur du record	160	x	$\frac{160}{x}$
Elliott	160	$x - 40$	$\frac{160}{x-40}$

NE

15. **a.** Écrivez une équation qui modélise la relation entre le taux moyen d'envoi de messages textes d'Elliott et celui du détenteur du record mondial précédent.

Solution possible :

$$\frac{160}{x-40} - \frac{160}{x} = 1{,}6$$

b. Décrivez les restrictions sur la valeur de x dans ce contexte.

Solution possible :
La valeur de x représente le temps nécessaire pour envoyer des messages textes de 160 caractères. De plus, comme Elliott a battu le temps du détenteur du record mondial précédent, x, de 40 s, la solution énoncée pour x doit aussi être supérieure à 40 s.

c. On peut simplifier l'équation en $1{,}6x^2 - 64x - 6\,400 = 0$. Résolvez cette équation. Exprimez votre solution au dixième près.

Solution possible :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{(-64)^2 - 4(1{,}6)(-6\,400)}}{2(1{,}6)}$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{45\,056}}{3{,}2}$$

$$x \approx 86{,}3 \text{ ou } x \approx -46{,}3$$

d. Les solutions trouvées pour x sont-elles logiques dans ce contexte? Expliquez pourquoi ou pourquoi pas.

Solution possible :
Sur les deux solutions, – 46,3 s ne correspond pas au contexte puisqu'il s'agit d'une valeur de temps négative, ce qui n'a aucun sens logiquement. Il s'agit par conséquent d'une solution qui doit être rejetée et la seule solution est 86,3 s.

16. Exprimez $4^2 = 16$ sous forme logarithmique.

Solution possible :
$\log_4 16 = 2$

17. Déterminez la valeur de $\log_2\left(\frac{1}{16}\right)$.

Solution :

$$\log_2\left(\frac{1}{16}\right) = -4$$

18. Déterminez la valeur de $\log_a(a^5)$.

Solution :

$\log_a(a^5)$
$= 5\log_a(a)$
$= 5(1)$
$= 5$

19. Exprimez chacune des expressions suivantes sous forme exponentielle.

a. $\log 100 = 2$
b. $\log_2 8 = 3$
c. $\log_a 5 = 2$
d. $\log_4(3x) = 9$
e. $2 \log_5 m = 8$
f. $\log_3(x + 1) = 5$

Solutions :

a. $10^2 = 100$
b. $2^3 = 8$
c. $a^2 = 5$
d. $4^9 = 3x$
e. $5^8 = m^2$
f. $3^5 = x + 1$

20. Utilisez les lois des logarithmes pour déterminer la valeur exacte des expressions suivantes.

a. $\log_6 3 + \log_6 12$

b. $\log 520 - \log 52$

Solutions possibles :

a. $\log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 36$
$= 2$

b. $\log 520 - \log 52 = \log 10$
$= 1$

21. Exprimez les expressions suivantes sous la forme d'un seul logarithme où $b > 1$.

a. $\log_b(2x) + \log_b(3x)$

Solution possible :
$= \log_b(6x^2)$

NE **b.** $2\log_b x - \log_b y$

Solution possible :
$= \log_b(x^2) - \log_b y$
$= \log_b\left(\dfrac{x^2}{y}\right)$

22. Exprimez chacune des expressions suivantes sous une forme logarithmique différente.

a. $\log 6$

Solutions possibles :
$\log 2 + \log 3$
ou
$\log 12 - \log 2$
ou
$\frac{1}{2}\log 36$

NE **b.** $\log(xy^3)$

Solutions possibles :
$= \log x + \log y^3$
$= \log x + 3\log y$

23. Résolvez algébriquement.

a. $3 = 9^{2x}$

b. $2^{(x-1)} = 4^{(3x-1)}$

c. $10 = 3^{x}$

d. $2^{(5x)} = 13$

NE **e.** $2^{(2x-5)} = 3$

NE **f.** $3 \cdot 2^{(x-1)} = 24$

NE **g.** $3 \cdot 2^{(x-1)} = 70$

Solutions possibles :

a.

$$\begin{aligned} 3 &= 9^{2x} \\ 3 &= (3^2)^{2x} \\ 3^1 &= 3^{4x} \\ 1 &= 4x \\ x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} 2^{(x-1)} &= 4^{(3x-1)} \\ 2^{(x-1)} &= 2^{2(3x-1)} \\ 2^{(x-1)} &= 2^{(6x-2)} \\ x-1 &= 6x-2 \\ x &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} 10 &= 3^x \\ x &= \log_3 10 \\ x &= \frac{\log 10}{\log 3} \\ x &\approx 2{,}1 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 10 &= 3^x \\ \log 10 &= \log 3^x \\ 1 &= x\log 3 \\ x &\approx 2{,}1 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} 2^{(5x)} &= 13 \\ 5x &= \log_2 13 \\ x &= \frac{\log_2 13}{5} \\ x &\approx 0{,}74 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 2^{(5x)} &= 13 \\ \log 2^{(5x)} &= \log 13 \\ (5x)\log 2 &= \log 13 \\ 5x &= \frac{\log 13}{\log 2} \\ x &\approx \frac{3{,}7}{5} \\ x &\approx 0{,}74 \end{aligned}$$

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

e. $2^{(2x-5)} = 3$

$$2x - 5 = \log_2 3$$
$$x = \log_2 3 + 5$$
$$x = \frac{\log_2 3 + 5}{2}$$
$$x \approx 3,3$$

ou

$$2^{(2x-5)} = 3$$
$$\log 2^{(2x-5)} = \log 3$$
$$(2x-5)\log 2 = \log 3$$
$$2x - 5 = \frac{\log 3}{\log 2}$$
$$x = \frac{\log 3}{\log 2} + \frac{5}{2}$$
$$x \approx 3,3$$

f. $3 \cdot 2^{(x-1)} = 24$

$$2^{(x-1)} = 8$$
$$2^{(x-1)} = 2^3$$
$$x - 1 = 3$$
$$x = 4$$

g. $3 \cdot 2^{(x-1)} = 70$

$$2^{(x-1)} = \frac{70}{3}$$
$$x - 1 = \log_2\left(\frac{70}{3}\right)$$
$$x = \log_2\left(\frac{70}{3}\right) + 1$$
$$x \approx 5,54$$

ou

$$3 \cdot 2^{(x-1)} = 70$$
$$2^{(x-1)} = \frac{70}{3}$$
$$\log 2^{(x-1)} = \log \frac{70}{3}$$
$$(x-1)\log 2 = \log \frac{70}{3}$$
$$(x-1) = \frac{\log \frac{70}{3}}{\log 2}$$
$$x = \frac{\log \frac{70}{3}}{\log 2} + 1$$
$$x \approx 5,54$$

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

24. Décrivez comment déterminer la solution de $2^{(x-1)} = 3^{(x-2)}$ graphiquement.

Solution possible :
En utilisant une calculatrice graphique, dessinez le graphique de $y_1 = 2^{(x-1)}$ et le graphique de $y_2 = 3^{(x-2)}$, et utilisez un rectangle d'affichage qui montre les deux graphiques et leur point d'intersection. Un rectangle d'affichage pourrait être x : [–10, 10, 1], y: [–10, 10, 1]. Déterminez le point d'intersection. L'abscisse de ce point est la solution de l'équation.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 25.

Un concessionnaire d'automobiles a noté la valeur d'une voiture au fil du temps. Il a observé que la valeur de cette voiture avait diminué à un taux moyen de 18 % par an. La voiture avait une valeur initiale de 29 300 $.

NE **25.** Laquelle des fonctions exponentielles suivantes pourrait servir à modéliser la valeur de la voiture, $v(t)$, après t ans?

A. $v(t) = 5\,274(0{,}82)^t$

B. $v(t) = 5\,274(1{,}18)^t$

***C.** $v(t) = 29\,300(0{,}82)^t$

D. $v(t) = 29\,300(1{,}18)^t$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 26.

Sam dépose 500 \$ dans un compte d'épargne qui rapporte 2,4 % par an, composé annuellement. Voici une fonction qui modélise la valeur du placement en fonction du temps

$$y = 500(1{,}024)^x$$

où y représente la valeur du placement, en dollars, et x représente le nombre d'années écoulées depuis que Sam a fait son dépôt.

26. **a.** Déterminez combien de temps cela prendra pour que le placement ait une valeur d'au moins 800 \$.

Solution possible :

$$\begin{aligned} y &= 500(1{,}024)^x \\ 800 &= 500(1{,}024)^x \\ 1{,}6 &= (1{,}024)^x \\ \log(1{,}6) &= \log(1{,}024)^x \\ \log(1{,}6) &= x\log(1{,}024) \\ \frac{\log(1{,}6)}{\log(1{,}024)} &= x \\ x &\approx 19{,}8 \end{aligned}$$

Cela prendra 20 ans pour que le placement ait une valeur d'au moins 800 \$.

NE

b. Modifiez la fonction exponentielle pour qu'elle montre un taux d'intérêt de 4 % par an, composé annuellement.

Solution possible :

La valeur de b dans la fonction exponentielle change. La nouvelle fonction sera $y = 500(1{,}04)^x$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 27.

On peut calculer l'intensité d'un tremblement de terre à l'aide de la formule

$$I = I_0(10)^M$$

où I représente l'intensité d'un tremblement de terre, M représente la magnitude du tremblement de terre sur l'échelle de Richter, et I_0 représente l'intensité d'un tremblement de terre d'une magnitude de 0.

27. Expliquez pourquoi un tremblement de terre ayant une magnitude de 8,5 est environ 40 fois plus intense qu'un tremblement de terre ayant une magnitude de 6,9.

Solution possible :

Le tremblement de terre ayant une magnitude de 8,5 a une intensité de $I = I_0(10)^{8,5}$, alors que le tremblement de terre ayant une magnitude de 6,9 a une intensité de $I = I_0(10)^{6,9}$. Quand on calcule le rapport des deux intensités, $\frac{I_{8,5}}{I_{6,9}} = \frac{I_0(10)^{8,5}}{I_0(10)^{6,9}} = 10^{1,6}$, on voit que le tremblement de terre le plus puissant a une intensité de $10^{1,6}$ soit environ 40 fois plus intense que le tremblement de terre le plus faible.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 28.

Le carbone 14 a une demi-vie d'environ 5 730 ans. Au fur et à mesure qu'un échantillon de carbone 14 se désintègre, on peut représenter le pourcentage de carbone 14 restant, P, n'importe quand durant le processus, par la fonction

$$P = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{t}{5\,730}\right)}$$

où t représente l'âge approximatif de l'échantillon, en années.

28. À l'année près, déterminez l'âge approximatif du carbone 14 s'il reste 33 % de la quantité initiale dans l'échantillon.

Solution possible :

$$P = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5\,730}}$$

$$33 = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5\,730}}$$

$$0.33 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5\,730}}$$

$$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(0,33) = \frac{t}{5\,730}$$

$$5\,730 \bullet \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(0,33) \approx t$$

$$t \approx 9164{,}918$$

L'échantillon a environ 9 165 ans.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 29.

Dans son laboratoire, un chercheur a découvert de la moisissure dans une boite de Pétri. À la première observation, la moisissure couvrait seulement 3 % de la surface de la boite. Après 24 heures, l'aire de la surface de la moisissure avait doublé, comme l'indique le tableau ci-dessous.

Temps (h)	**Surface couverte (%)**
0	3
24	6
48	
72	

29. **a.** Complétez le tableau ci-dessus, puis écrivez une fonction exponentielle pour modéliser la croissance de la moisissure en fonction du temps.

Solution possible :

Temps (h)	**Surface couverte (%)**
0	3
24	6
48	12
72	24

$y = 3(2)^x$, où x représente le nombre de périodes de 24 h depuis la première observation et y représente le pourcentage de la surface couverte par la moisissure.

ou

À l'aide d'une régression, $y = 3(1{,}029\ 302\ 237\ldots)^x$, où x représente le nombre de périodes de 24 heures depuis la première observation et y représente le pourcentage de la surface couverte par la moisissure

b. Utilisez votre fonction de la partie (a) pour déterminer la durée approximative, au dixième d'heure près, que cela prendra pour que la boite de Pétri soit complètement couverte par la moisissure.

Solutions possibles :

$y = 3(2)^x$

$100 = 3(2)^x$

$\frac{100}{3} = 2^x$

$x = \log_2\left(\frac{100}{3}\right)$

$x = 5{,}058\ 893$ ... périodes de 24 h

$5{,}058\ 893\ 689 \cdot 24 \approx 121{,}4$ h

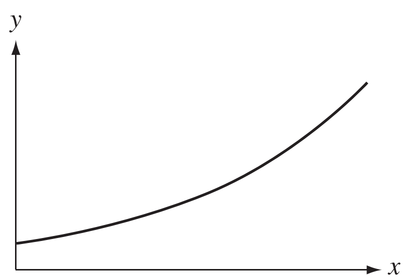
ou

J'ai utilisé ma calculatrice pour tracer $y_1 = 3(1,\ 029\ 302\ 237)^x$ et $y_2 = 100$ en utilisant le rectangle d'affichage x : [0,150,10], y : [0,110,10].
J'ai trouvé l'abscisse du point d'intersection.
Il s'agit de $x = 121{,}4$.

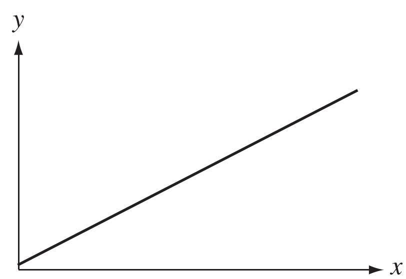
Cela prendra environ 121,4 heures pour que la boite de Pétri soit complètement couverte par la moisissure.

30. Une œuvre d'art a été achetée en 2012 pour 10 000 $. Si sa valeur augmente de 5 % par an, lequel des graphiques suivants modélise le mieux la valeur de l'œuvre d'art pendant les 40 prochaines années, où x représente le nombre d'années depuis l'achat de l'œuvre d'art et y représente la valeur de l'œuvre d'art?

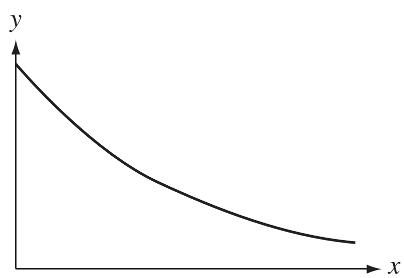
***A.**



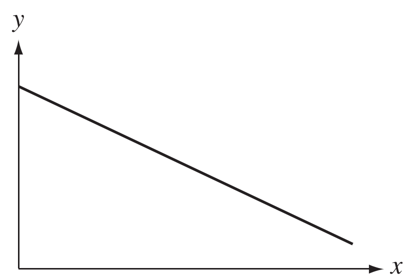
B.



C.



D.



Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 31.

On peut déterminer le pH d'une solution à l'aide de la formule

$$pH = -\log_{10} [H_3O^+]$$

où $[H_3O^+]$ représente la concentration d'ions hydronium dans la solution. Le pH d'une solution est 6,6.

Réponse numérique

31. Si on double la concentration d'ions hydronium dans la solution, la solution aura un nouveau pH, au dixième près, de __________.

Solution possible :
$6{,}6 = -\log_{10}[H_3O^+]$
$10^{-6{,}6} = [H_3O^+]$

Si on double la concentration, la nouvelle concentration sera $2 \bullet 10^{-6{,}6}$.

$pH = -\log_{10}(2 \bullet 10^{-6{,}6})$
$pH \approx 6{,}298\ 97$
$pH \approx 6{,}3$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 32.

Corlene a investi de l'argent dans un CPG. Le tableau ci-dessous indique la valeur de son placement pendant les 3 premières années.

Année	Valeur du placement
0	1 000,00 $
1	1 020,00 $
2	1 040,40 $
3	1 061,21 $

32. **a.** Pour modéliser la croissance du placement et prédire sa valeur future, Corlene a choisi d'utiliser un modèle exponentiel. A-t-elle choisi un modèle efficace?

Solution possible :
Corlene a choisi un modèle efficace parce que le taux de croissance du placement est un pourcentage constant au cours du temps. Cette fonction croissante à partir d'un point de départ fixé caractérise une fonction exponentielle.

b. Écrivez une équation exponentielle que Corlene pourrait utiliser pour prédire la valeur future de son placement.

Solution possible :
En utilisant une équation exponentielle de la forme $y = a \bullet b^x$, une fonction possible est $y = 1000(1{,}02)^x$, où x représente le temps en années et y représente la valeur du placement.

c. Expliquez ce que représentent les valeurs numériques de votre fonction dans le contexte de ce problème.

Solution possible :
Dans cette fonction, a représente la valeur initiale du placement, qui était de 1 000 $, et b représente le facteur de croissance du placement. Dans ce cas, le placement a une croissance de 2 % par an, donc le facteur de croissance est de 1,02.

NE **d.** Si Corlene investit dans un CPG qui rapporte 1,4 % par an composé annuellement, quel sera l'impact sur la valeur du placement au fil du temps?

Solution possible :
Si le taux d'intérêt est de 1,4 % par an composé annuellement, la valeur du placement augmentera plus lentement au fil du temps parce que ce taux d'intérêt est plus bas que le taux d'intérêt précédent à 2 % par an.

NE **e.** Si Corlene investit dans un CPG qui rapporte 1,4 % par an composé annuellement, quel sera l'impact sur la fonction trouvée à la partie b?

Solution possible :
Si le taux d'intérêt est de 1,4 % par an composé annuellement, la fonction deviendra $y = 1000(1{,}014)^x$, où x représente le temps en années et y représente la valeur du placement.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 33.

Lorsque l'on compare, sans utiliser de balance, des objets ayant une masse différente, pour que la différence de masse soit perceptible, elle doit être assez grande.
Cette différence s'appelle différence minimale perceptible.

Pour des objets plus lourds, la différence minimale perceptible est plus grande. Le tableau ci-dessous indique la différence minimale perceptible en fonction de diverses masses.

Masse de l'objet (g)	**Différence minimale perceptible (g)**
100	5
200	10
400	15
800	20

On peut modéliser ces données à l'aide d'une équation de la fonction de régression logarithmique de la forme

$$y = a + b \bullet \ln x$$

où x représente la masse de l'objet, en grammes, et y représente la différence minimale perceptible de l'objet, en grammes.

33. **a.** Déterminez l'équation de la fonction de régression logarithmique qu'on pourrait utiliser pour modéliser la situation ci-dessus. Arrondissez les valeurs de a et b au dixième près.

Solution possible :
$y = –28{,}2 + 7{,}2 \ln x$

b. Selon l'équation de la fonction de régression logarithmique, déterminez, au gramme près, la différence minimale perceptible d'un objet ayant une masse de 2 100 g.

Solution possible :
Soit $x = 2\,100$
$y = –28{,}219\,280\,95 + 7{,}213\,475\,204 \ln(2\,100)$
$y = 26{,}961\,587\,11$

La différence minimale perceptible serait une masse d'environ 27 g.

34. Décrivez le graphique de $f(x) = -(x + 1)^2(x - 2)$. Incluez dans votre description les coordonnées à l’origine et les points où le graphique change de direction.

Solution possible :
Le graphique de cette fonction cubique commence dans le quadrant supérieur gauche et se termine dans le quadrant inférieur droit. Il possède deux abscisses à l’origine distinctes aux points (–1, 0) et (2, 0), et une ordonnée à l’origine au point (0, 2). En utilisant une calculatrice graphique, on trouve que ce graphique a un minimum au point (–1, 0) et un maximum où le graphique change de direction au point (1, 4).

Utilisez l’information suivante pour répondre aux questions 35 et 37 et à la question à réponse numérique 36.

On remplit d’eau un réservoir de 15 gallons à l’aide d’une pompe. Dès que le volume d’eau dans le réservoir atteint une certaine quantité, le réservoir commence à se purger. Il continue la purge jusqu’à ce qu’il ne reste plus d’eau. On peut modéliser le volume d’eau dans le réservoir par la fonction

$$y = -2t^2 + 5t + 7$$

où y représente le volume d’eau dans le réservoir en gallons et t représente le temps en heures après midi, un jour donné.

35. Pour déterminer le volume d’eau dans le réservoir à midi, la caractéristique de la fonction qu’on devrait analyser est

*__A.__ l’ordonnée à l’origine
B. l’abscisse à l’origine positive
C. l’abscisse du sommet
D. l’ordonnée du sommet

Réponse numérique

36. Le volume maximal de liquide dans le réservoir, au dixième de gallon près, est de __________ gal.

Solutions possibles :
En utilisant une calculatrice graphique, on trouve le sommet environ au point (1,25; 10,125). Par conséquent, le volume maximal d’eau dans le réservoir est de 10,1 gal.

ou

$0 = -2t^2 + 5t + 7$

$0 = -1(2t - 7)(t + 1)$

$\therefore 2t - 7 = 0$ ou $t + 1 = 0$

$t = 3,5 \qquad t = -1$

Le sommet doit se trouver à égale distance des deux abscisses à l'origine.
$\therefore\ t = 1,25$

Lorsque $x = 1,25$, $y = -2(1,25)^2 + 5(1,25) + 7$
$y = 10,125$

Le sommet est au point (1,25; 10,125).
Par conséquent, le volume maximal d'eau dans le réservoir est de 10,1 gal.

NE **37.** Dans laquelle des rangées ci-dessous décrit-on le domaine et l'image du graphique de la fonction les **plus appropriés** pour ce contexte?

Rangée	Domaine	Image
A.	$t \in R$	$y \leq 10,125$
B.	$t \in R$	$0 \leq y \leq 10,125$
C.	$0 \leq t \leq 3,5$	$y \leq 10,125$
***D.**	$0 \leq t \leq 3,5$	$0 \leq y \leq 10,125$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 38.

On peut modéliser le taux de chute de neige sur une voie d'accès au garage pour un jour donné à l'aide de la fonction

$$y = -3x^2 + 6x$$

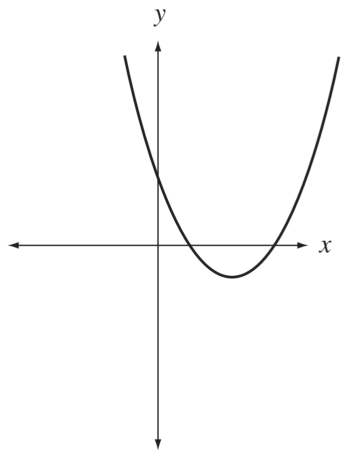
où y représente le taux de chute de neige en pieds cubes par heure et x représente le temps en heures.

38. En utilisant le graphique de la fonction pour estimer la durée de la chute de neige ce jour-là, un élève devrait déterminer

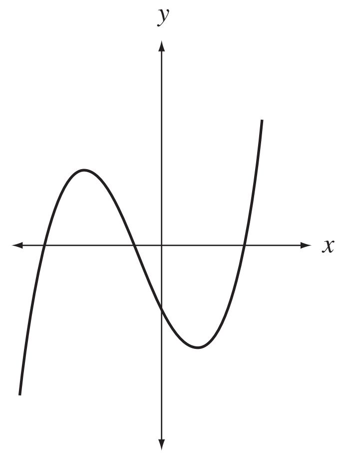
A. l'ordonnée à l'origine
B. l'abscisse du sommet
C. l'ordonnée du sommet
***D.** la différence entre les abscisses à l'origine

39. Lequel des graphiques suivants est **fort probablement** le graphique d’une fonction cubique?

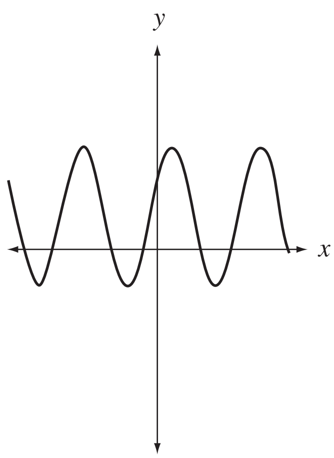
A.



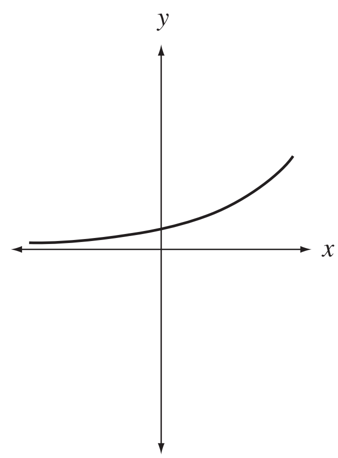
***B.**



C.



D.



Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 40.

Un aréna de hockey contient 1 600 sièges. Un billet coute 10 $. À ce prix, tous les billets sont vendus. Pour augmenter les revenus, la direction de l'aréna envisage d'augmenter le prix des billets. Une enquête a été effectuée pour estimer les revenus potentiels correspondant à différents prix de billet, comme indiqué ci-dessous.

Prix du billet ($)	**Revenu potentiel ($)**
10	16 000
15	19 500
20	20 300
25	14 750
30	5 500

On peut modéliser les données ci-dessus à l'aide d'une équation de la fonction de régression quadratique de la forme

$$y = ax^2 + bx + c$$

où x représente le prix du billet, en dollars, et y représente le revenu potentiel, en dollars.

40. Déterminez le prix du billet qui maximiserait le revenu.

Solution possible :
L'équation de la fonction de régression quadratique qui modélise les données présentées est $y = -91x^2 + 3\ 125x - 6\ 340$.

En utilisant un rectangle d'affichage de x : [0, 40, 1], y : [0, 25 000, 1 000], la valeur maximum de la fonction est au point (17,17; 20 488,64). Par conséquent, on obtiendra le revenu potentiel maximal lorsque le prix du billet sera approximativement de 17,17 $.

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question 41.

On lance une balle verticalement vers le haut depuis une hauteur de 5 pi, avec une vitesse initiale de 96 pi/s. La hauteur de la balle au-dessus du sol pendant les 5 premières secondes est indiquée dans le tableau ci-dessous.

Temps (s)	**Hauteur (pi)**
0	5
1	86
2	134
3	150
4	134
5	86

41. On pourrait modéliser ces données de la manière **la plus appropriée** à l’aide d’une régression

A. linéaire

***B.** quadratique

C. sinusoïdale

D. exponentielle

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 42.

Une compagnie désire modifier les dimensions d'une certaine boite, ce qui en augmentera le volume. La boite mesure actuellement 5,0 cm × 4,0 cm × 12,0 cm, comme représenté ci-dessous.

Pour créer la nouvelle boite, la compagnie augmentera chaque dimension du même ordre de grandeur. On peut calculer le volume d'une boite en utilisant la formule $V = l \cdot L \cdot h$.

NE

42. La compagnie veut que le volume de la boite ne dépasse pas 1 000 cm^3. Déterminez le plus grand ordre de grandeur dont on peut augmenter chaque dimension de la boite, au dixième de centimètre près.

Solution possible :
Présumez que x représente l'ordre de grandeur dont chaque dimension augmente.
$V = (5 + x)(4 + x)(12 + x)$
Le volume doit être de 1 000 cm^3; donc
$1\,000 = (5 + x)(4 + x)(12 + x)$

Cette équation cubique peut être résolue à l'aide de la technologie en traçant les graphiques de y_1=1 000 et de $y_2 = (5 + x)(4 + x)(12 + x)$. En utilisant le rectangle d'affichage x : [0, 10, 1], y : [0, 1 500, 100] le point d'intersection est (3,54; 1 000). L'abscisse du point d'intersection représente la solution. Par conséquent, on peut faire augmenter chaque dimension de 3,5 cm au maximum pour rester dans les limites du volume.

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 43.

La hauteur d’un pendule, h, en pouces, au-dessus d’une table t secondes après la mise en mouvement du pendule est modélisée par l’équation de la fonction de régression sinusoïdale ci-dessous.

$$h = 2 \sin(3{,}14t + 1{,}57) + 5$$

Réponse numérique

43. Au dixième de pouce près, la hauteur du pendule au moment de sa mise en mouvement est de __________ po.

Solution possible :
L’ordonnée à l’origine représente le moment de la mise en mouvement, donc $t = 0$.
$h = 2 \sin(3{,}14(0) + 1{,}57) + 5$
$h = 6{,}999 \ldots$

La hauteur du pendule au moment de la mise en mouvement est de 7,0 pouces au-dessus de la table.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 44 et à la question à réponse numérique 45.

La hauteur au-dessus du sol à laquelle se trouve un passager d'une grande roue peut être modélisée par la fonction sinusoïdale

$$h = 6\ \sin(1{,}05t - 1{,}57) + 8$$

où h représente la hauteur à laquelle se trouve le passager au-dessus du sol, en mètres, et t représente le temps, en minutes, après le démarrage de la roue.

44. Selon cette fonction sinusoïdale, la hauteur maximale à laquelle se trouve ce passager au-dessus du sol est de

A. 2 m
B. 6 m
C. 8 m
***D.** 14 m

Réponse numérique

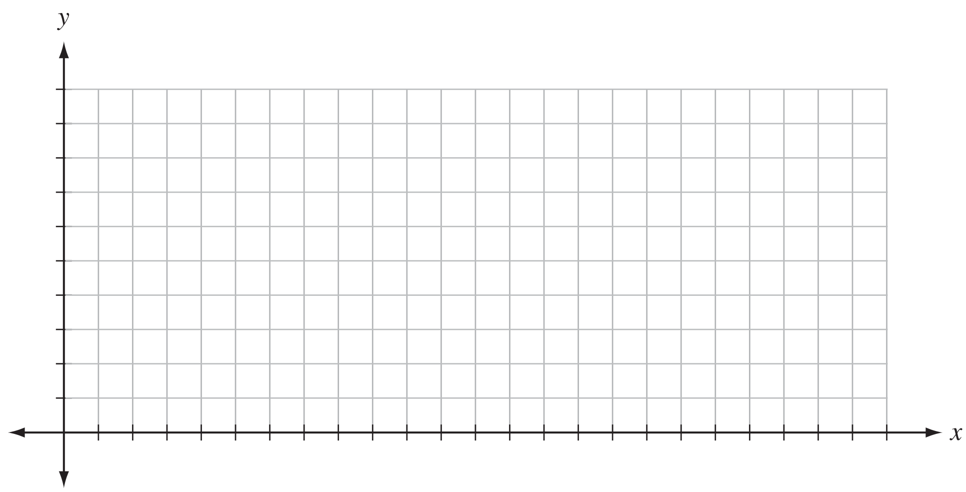
45. Quand le passager se trouve à une hauteur d'au moins 11,5 m au-dessus du sol, il peut voir le terrain de rodéo. Durant chaque rotation de la grande roue, la durée pendant laquelle le passager peut voir le terrain de rodéo, au dixième de minute près, est de __________ min**.**

Solution possible :
En traçant les graphiques de $y_1 = 11{,}5$ et de $y_2 = 6\ \sin(1{,}05t - 1{,}57) + 8$ avec un rectangle d'affichage de x : [0, 7, 1], y : [0, 15, 1] et en trouvant les points d'intersection entre les graphiques, il est possible de déterminer que le passager peut voir le terrain de rodéo entre environ 2,09 min et 3,89 min à la première rotation. Cela signifie que le passager voit le terrain de rodéo pendant environ 1,8 min à chaque rotation.

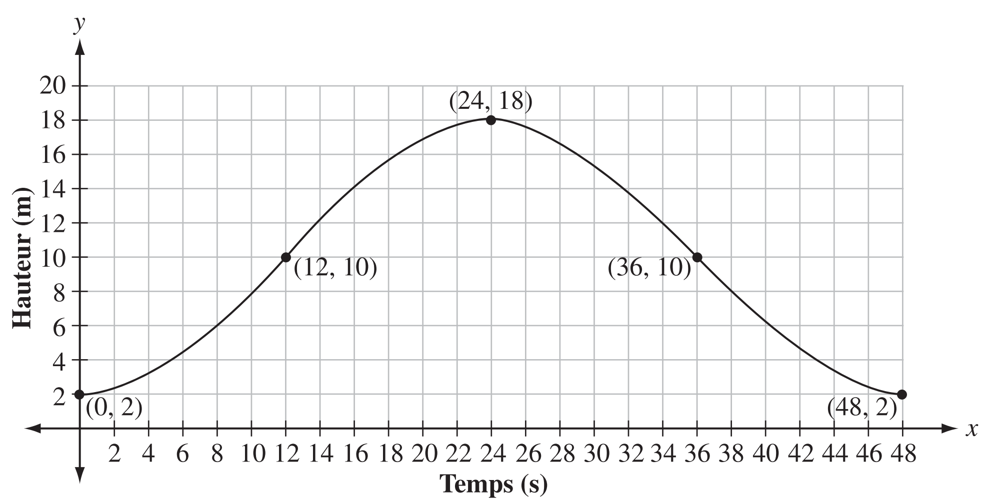
Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 46.

Une grande roue a un rayon de 8 m et son centre se trouve à 10 m au-dessus du sol. Un passager s'assoit dans la grande roue au point le plus bas de celle-ci et accomplit un tour complet en 48 secondes.

NE **46.** **a.** Tracez sur la grille ci-dessous un graphique pour montrer la hauteur à laquelle se trouve le passager au-dessus du sol, y, en fonction du temps, x, pendant les 48 premières secondes. Indiquez les points clés sur le graphique.



Solution possible :



b. Énoncez l'amplitude, la période et l'équation de la droite médiane pour la fonction tracée à la partie a, à la page précédente.

Solution possible :
L'amplitude représente le rayon de la grande roue, qui mesure 8 m, et la période est de 48 s. La droite médiane représente la hauteur du centre de la grande roue au-dessus du sol. L'équation de la droite médiane est $y = 10$.

c. Déterminez une fonction de la forme $y = a \bullet \sin(bx - 1{,}57) + d$, où y représente la hauteur d'un passager au-dessus du sol et x représente le temps après le démarrage de la roue que l'on pourrait utiliser pour modéliser la hauteur, au-dessus du sol, d'un passager de la grande roue décrite ci-dessus.

Solution possible :

La valeur de b peut être déterminée par la formule $\frac{2\pi}{b}$ = période. $\frac{2\pi}{b} = 48$, donc $b \approx 0{,}13$.

La fonction qui modélise la hauteur à laquelle se trouve un passager de cette grande roue est

$y = 8\sin(0{,}13x - 1{,}57) + 10$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 47.

Les tableaux ci-dessous indiquent la température maximale quotidienne moyenne à Montréal, en °F, pour chacun des mois de l'année. (janvier = 1, février = 2, etc.)

Mois	**Température maximale quotidienne moyenne en °F**
1	22
2	25
3	36
4	52
5	66
6	75

Mois	**Température maximale quotidienne moyenne en °F**
7	80
8	77
9	67
10	51
11	41
12	28

47. **a.** Écrivez une équation de la fonction de régression sinusoïdale de la forme $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$, où x représente le numéro du mois et y représente la température maximale quotidienne moyenne, que l'on pourrait utiliser pour modéliser ces données. Arrondissez les valeurs de a, b, c et d au centième près.

Solution possible :
$y = 29{,}08 \sin(0{,}51x - 2{,}02) + 50{,}77$

NE

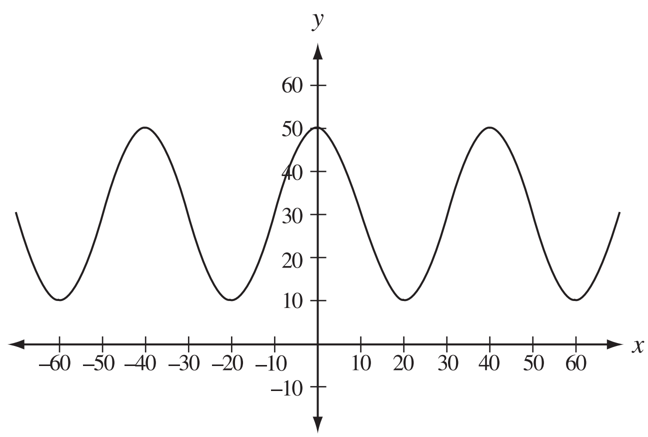
b. Si les scientifiques prévoient que la température maximale quotidienne moyenne en °F augmentera de 1,2 °F chaque mois, quelles caractéristiques du graphique de l'équation de la fonction de régression sinusoïdale changeront?

Solution possible :
Si on augmentait l'ordonnée de chaque point du graphique de la fonction sinusoïdale de 1,2 °F, il n'y aurait aucun changement d'amplitude, de période, ni de déphasage de la fonction. Tous les points sur l'équation de la droite médiane augmenteraient de 1,2 unité tout comme les valeurs maximale et minimale du graphique. Le domaine resterait le même.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 48.

Voici le graphique partiel d'une fonction sinusoïdale.



Des valeurs possibles de l'amplitude et de la médiane de la fonction sinusoïdale sont 10, 20, 30, 40 et 50.

48. Notez les valeurs de l'amplitude et de la médiane de la fonction sinusoïdale dans les espaces laissés en blanc.

Valeur :	________	________
Caractéristique :	**Amplitude**	**Médiane**

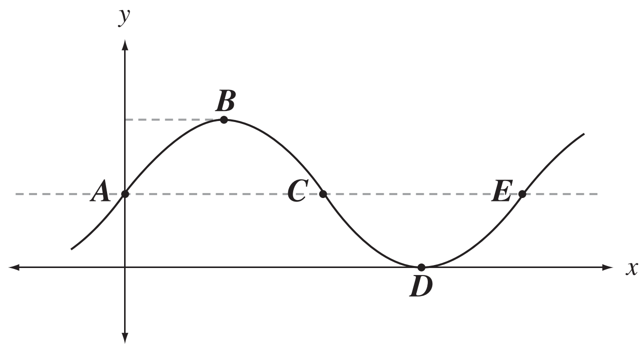
Solution :

Valeur :	20	30
Caractéristique :	**Amplitude**	**Médiane**

À noter : On pourrait adapter cette question pour l'utiliser comme question interactive dans un test numérique.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 49.

Voici le graphique d'une fonction sinusoïdale. Les points ***A***, ***B***, ***C***, ***D*** et ***E*** sont indiqués. Les points ***A***, ***C*** et ***E*** sont situés sur la droite médiane de la fonction.



49. **a.** Mary dit qu'afin de trouver la période de la fonction, elle aurait besoin de connaitre les coordonnées des points *A* et *E*. Bill dit qu'il pourrait trouver la période en utilisant les coordonnées de *B* et *D*. Mary et Bill ont tous les deux donné une bonne réponse. Expliquez pourquoi.

Solution possible :
Mary a donné une bonne réponse parce que la distance horizontale entre *A* et *E* serait la période, comme il s'agit de la durée nécessaire à la fonction pour accomplir un cycle. Bill a également donné une bonne réponse, car la distance horizontale entre *B* et *D* représente la moitié de la période. Il ne faudrait pas qu'il oublie de doubler ce résultat pour déterminer la période.

b. Sélectionnez tous les points qui représentent les abscisses à l'origine de la fonction.

Solution :
D est la seule abscisse à l'origine visible sur le graphique ci-dessus.

c. Sélectionnez tous les points qui représentent la valeur minimum de la fonction.

Solution :
D est le seul point minimum visible sur le graphique ci-dessus.

d. Sélectionnez deux points qui pourraient servir à déterminer l'amplitude de la fonction. Expliquez un processus qui pourrait servir à déterminer l'amplitude à l'aide des deux points sélectionnés.

Solution possible :
Une solution possible consisterait à sélectionner *B* et *C* et à trouver la distance verticale entre eux en soustrayant l'ordonnée du point C de l'ordonnée du point B. Cette distance représenterait l'amplitude.

Feuille de formules — Mathématiques 30–2

Les relations et les fonctions

Format d'affichage des calculatrices graphiques

$x : [x_{\text{min}}, x_{\text{max}}, x_{\text{scl}}]$

$y : [y_{\text{min}}, y_{\text{max}}, y_{\text{scl}}]$

Les exposants et les logarithmes

$y = a^x \leftrightarrow x = \log_a y$

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

Les lois des logarithmes

$\log_b(M \bullet N) = \log_b M + \log_b N$

$$\log_b\left(\frac{M}{N}\right) = \log_b M - \log_b N$$

$\log_b(M^n) = n \log_b M$

Les fonctions exponentielles

$y = a \bullet b^x$

Les fonctions logarithmiques

$y = a + b \bullet \ln x$

Les fonctions sinusoïdales

$y = a \bullet \sin(bx + c) + d$

$$\text{Période} = \frac{2\pi}{b}$$

Les équations quadratiques

Pour $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La probabilité

$n! = n(n-1)(n-2)\ldots3 \bullet 2 \bullet 1,$
où $n \in N^*$ et $0! = 1$

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$_nC_r = \binom{n}{r}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B \mid A)$

Le raisonnement logique

A' Complément

$\varnothing$ Ensemble vide

$\cap$ Intersection

$\subset$ Sous-ensemble

$\cup$ Union

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Annexe : Projet de recherche

Résultat d'apprentissage général

Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Effectuer et présenter une recherche portant sur l'actualité ou sur un sujet d'intérêt comportant des mathématiques. **[C, CE, L, R, RP, T, V] [TIC : C1-4.2; C1-4.4; C2-4.1; C3-4.1; C3-4.2; C7-4.2; F2-4.7; P2-4.1]**

Remarques :

- Ce projet vise à susciter un intérêt pour les mathématiques et une appréciation de la façon dont les mathématiques sont utilisées dans le monde réel.
- Diriger régulièrement l'attention des élèves vers les reportages et évènements d'actualité ayant un lien mathématique leur permettra d'avoir des discussions sur les applications concrètes et de faire des liens avec les mathématiques. Lorsque les élèves commenceront leurs propres projets de recherche, ils auront alors une certaine connaissance pour les aider à produire des idées à explorer.
- Les enseignants devraient examiner avec les élèves la façon d'évaluer de manière critique les sources d'information.
- Les enseignants devraient souligner qu'il faut citer les sources d'information.
- Les projets peuvent se présenter dans divers formats : multimédia, affiche, exposé oral, forme écrite, site de médias sociaux, etc.
- Les enseignants peuvent collaborer avec leurs collègues de français et d'études sociales pour élaborer des rubriques d'évaluation des projets de recherche.
- Les enseignants pourraient se référer au document Assessment Strategies and Tools: Checklists, Rating Scales and Rubrics (en anglais seulement) pour y trouver des conseils sur la façon d'élaborer des rubriques d'évaluation.
- Au moment d'élaborer des rubriques d'évaluation pour le projet de recherche, les enseignants pourraient aussi utiliser les exemples de rubriques et de guides de notation inclus dans les documents ci-dessous (en anglais seulement) :
    - Science 30 Guides (incorporés dans chaque projet)
    - Interpreting Evidence of Learning

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).

Les élèves devraient être encouragés à choisir un sujet de recherche qui représente un intérêt pour eux. Toutefois, s'ils éprouvent des difficultés à démarrer, des possibilités de sujets sont énumérées ci-dessous :

- Rédiger un texte argumentatif faisant valoir des arguments pour ou contre l'enseignement des mathématiques à l'école.
- Relier les mathématiques à un projet de construction ou de conception.
- Appliquer les mathématiques aux finances personnelles.
- Créer un jeu de stratégie utilisant les mathématiques.
- Explorer le rectangle d'or.
- Explorer la séquence de Fibonacci.
- Explorer un lien entre les mathématiques et l'art, la musique ou l'architecture.
- Mener une étude sur la croissance bactérienne, la croissance démographique ou la transmission d'une maladie.
- Explorer un lien entre les mathématiques et l'environnement.
- Explorer un lien entre les mathématiques et la santé ou le conditionnement physique.
- Examiner le lien entre les mathématiques et les médicaments dans le corps.
- Examiner le lien entre les jeux vidéos et les mathématiques.
- Faire une recherche et un exposé sur un mathématicien célèbre.
- Élaborer un guide des études destiné au cours de Mathématiques 30–2.
- Décrire des stratégies permettant de gagner à un jeu.
- Créer une affiche des irrégularités mathématiques (p. ex. 0! = 1).
- Analyser les cas d'analphabétisme mathématique dans les médias.

Pour retourner où vous étiez dans le document avant d'utiliser un lien interne, appuyer simultanément sur les touches Alt ← en les maintenant enfoncées (dans certains navigateurs).