

Normes d'évaluation et exemples de questions Mathématiques 30–1



Programme d'examens en vue de
l'obtention du diplôme de 12^e année
2018–2019

Ce document est principalement destiné au(x) :

Élèves	✓
Enseignants	✓ de Mathématiques 30–1
Administrateurs	✓
Parents	
Grand public	
Autres	

Ce document est conforme à la nouvelle orthographe.



Dans le présent bulletin, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.

Diffusion : Ce document est diffusé sur le [site Web d'Alberta Education](#).

© 2018, la Couronne du chef de l'Alberta représentée par le ministre de l'Éducation, Alberta Education, Provincial Assessment Sector, 44 Capital Boulevard, 10044 108 Street NW, Edmonton, Alberta T5J 5E6, et les détenteurs de licence. Tous droits réservés.

Par la présente, le détenteur des droits d'auteur autorise **seulement les éducateurs de l'Alberta** à reproduire ce document, à des fins éducatives et non lucratives.

Table des matières

Introduction	1
Normes pour Mathématiques 30–1	2
Descripteurs des niveaux de rendement en Mathématiques 30–1	3
Relations et fonctions	4
Résultat d'apprentissage général	4
Résultats d'apprentissage spécifiques	5
Exemples	14
Trigonométrie	55
Résultat d'apprentissage général	55
Résultats d'apprentissage spécifiques	55
Exemples	61
Permutations, combinaisons et binôme de Newton	83
Résultat d'apprentissage général	83
Résultats d'apprentissage spécifiques	83
Exemples	86
Liens du site Web d'Alberta Education.....	97

Veillez noter que si vous ne pouvez accéder à l'un des liens Internet que renferme ce document, vous pouvez trouver des documents reliés aux examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année sur le [site Web d'Alberta Education](#).

Introduction

La présente ressource a été conçue pour appuyer la mise en œuvre du [Programme d'études de mathématiques de l'Alberta de la 10^e à la 12^e année](#), qui se trouve sur le [site Web d'Alberta Education](#). Les enseignants sont vivement encouragés à consulter le programme d'études pour obtenir de plus amples détails concernant la philosophie du programme.

Les exemples figurant dans le présent document ont été sélectionnés pour illustrer l'intention de certains résultats d'apprentissage du cours de Mathématiques 30–1, mais ne feront pas nécessairement l'objet d'une évaluation dans le cadre d'un examen en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année de la manière illustrée ici. Tous les exemples ont été conçus et validés par des enseignants de mathématiques sans toutefois avoir été validés auprès des élèves. Pour obtenir des exemples de questions qui ont déjà été utilisées dans des examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année, veuillez consulter le [site Web Quest A+](#).

Pour satisfaire aux résultats d'apprentissage du cours de Mathématiques 30–1, les élèves auront besoin d'utiliser une calculatrice graphique approuvée. Dans la plupart des classes, les élèves utilisent chaque jour une calculatrice graphique. Référez-vous à la politique d'emploi des calculatrices aux examens dans le [General Information Bulletin](#) (en anglais seulement) ou consultez le site Web d'Alberta Education où se trouve une liste des calculatrices graphiques approuvées. Vous trouverez également des informations concernant les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année chaque année dans le [Bulletin d'information de Mathématiques 30–1](#).

Provincial Assessment Sector aimerait remercier les nombreux enseignants de l'ensemble de la province qui ont contribué à l'élaboration de ce document. Nous aimerions également remercier Programs of Study and Resources Sector ainsi que la Direction de l'éducation française pour leur contribution et leur appui dans la révision de ces normes.

Si vous avez des commentaires ou des questions concernant ce document, veuillez communiquer avec Delcy Rolheiser par courriel à Delcy.Rohleiser@gov.ab.ca, par téléphone au 780-415-6181, ou par télécopieur au 780-422-4454.

Normes pour Mathématiques 30–1

Le mot « et » utilisé dans les normes signifie que les deux idées devraient être abordées en même temps ou dans la même question.

Les normes d'évaluation pour Mathématiques 30–1 comprennent un niveau de rendement acceptable et un niveau de rendement excellent.

Norme acceptable

Les élèves qui atteignent la norme acceptable, mais n'atteignent pas la norme d'excellence, reçoivent une note finale comprise entre 50 % et 79 % inclusivement. En général, ces élèves sont très compétents au niveau du sens du nombre, des habiletés algébriques, de la littératie mathématique, de la lecture, de la compréhension et du raisonnement. Ils ont acquis de nouvelles habiletés et des connaissances de base des concepts et des procédures correspondant aux résultats d'apprentissage généraux et spécifiques définis dans le programme d'études du cours de Mathématiques 30–1. Ces élèves font preuve d'habiletés et de compréhension conceptuelle en mathématiques et ils peuvent appliquer leurs connaissances à des contextes familiers de résolution de problèmes.

Norme d'excellence

Les élèves qui atteignent la norme d'excellence reçoivent une note finale égale ou supérieure à 80 %. En général, ces élèves ont une compétence avancée au niveau du sens du nombre, des habiletés algébriques, de la littératie mathématique, de la lecture, de la compréhension et du raisonnement. Ils ont acquis une connaissance étendue et approfondie des concepts et des façons de procéder. Ils peuvent aussi appliquer ces connaissances et cette compréhension conceptuelle à une vaste gamme de contextes familiers et inhabituels de résolution de problèmes.

Renseignements généraux

- Les sept processus mathématiques [C, L, RP, V, CE, R, T] devraient être utilisés et intégrés, comme indiqué dans les résultats d'apprentissage spécifiques.
- Si l'emploi de la technologie [T] n'est pas proposé dans le cas d'un résultat d'apprentissage particulier, l'enseignant peut s'en servir, à sa discrétion, pour aider les élèves à explorer les régularités et les relations lorsqu'il enseigne un nouveau concept. On ne doit toutefois pas l'utiliser pour évaluer la compréhension de l'élève.
- La plupart des ressources mathématiques en anglais en Amérique du Nord emploient la lettre I pour représenter l'ensemble des nombres entiers; toutefois, en français, les ressources, en particulier au niveau postsecondaire, emploient la lettre Z pour représenter l'ensemble des nombres entiers. On utilisera toujours la lettre Z pour représenter cet ensemble dans les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année.
- Les élèves devront être familiers avec l'utilisation du symbole N^* pour représenter l'ensemble des nombres naturels strictement positifs et de la lettre N pour représenter l'ensemble des nombres naturels.
- Pour les élèves qui font la transition entre les cours de mathématiques offerts en français et les cours offerts en anglais, les enseignants peuvent se référer à la terminologie mathématique dans les deux langues à l'aide des [lexiques de mathématiques bilingues](#) qui se trouvent sur le site Web d'Alberta Education, à la rubrique Ressources d'appui.

Descripteurs des niveaux de rendement en Mathématiques 30–1

Voici une liste des qualités et des compétences que les élèves sont censés posséder à chaque niveau de rendement.

*L'élève qui **atteint juste** la norme acceptable peut :*

- démontrer les connaissances relatives à un concept en particulier au moyen de représentations visuelles ou numériques
- démontrer des compétences relatives au sens du nombre, des habiletés algébriques, en littératie mathématique, en lecture, en compréhension et en raisonnement
- résoudre des questions basées sur les connaissances en faisant des liens fondamentaux (demander « comment »); se concentrer sur les connaissances d'algorithmes/ des procédés et sur des connaissances conceptuelles de base
- comprendre les caractéristiques d'une relation ou d'une fonction quand on lui montre un graphique ou qu'on lui donne une équation
- résoudre des problèmes familiers
- utiliser et énoncer une stratégie pour résoudre des problèmes
- utiliser un processus algébrique pour résoudre des problèmes, vérifier des solutions ou trouver des erreurs
- utiliser la technologie pour résoudre des problèmes
- démontrer des processus mathématiques qui mènent à une solution complète lors de la résolution de problèmes

*L'élève qui **atteint juste** la norme d'excellence peut aussi :*

- démontrer sa capacité à transférer des connaissances, de faire des liens entre les sujets d'étude, y compris des représentations abstraites
- démontrer un niveau avancé du sens du nombre, des habiletés algébriques, des habiletés en littératie mathématique, en lecture, en compréhension et en raisonnement
- résoudre des questions basées sur les connaissances en faisant des liens de niveau avancé (demander « pourquoi »); se concentrer sur les connaissances conceptuelles/de résolution de problèmes
- appliquer les caractéristiques ou les changements dans le contexte d'une relation ou d'une fonction pour créer un graphique ou une équation
- résoudre des problèmes uniques et non familiers
- utiliser, interpréter et comparer plusieurs stratégies pour résoudre des problèmes
- utiliser plusieurs processus algébriques pour résoudre des problèmes, vérifier des solutions et utiliser différentes méthodes pour trouver des erreurs
- utiliser la technologie avec compétence pour résoudre des problèmes et vérifier des solutions
- démontrer des processus mathématiques qui mènent à une solution complète ou correcte lors de la résolution de problèmes

Relations et fonctions

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Remarques générales :

- Les transformations étudiées dans le cadre des résultats d'apprentissage spécifiques 2 à 5 comprennent les fonctions algébriques de base : $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, $y = b^x$ et $y = \log_b x$, avec les restrictions appropriées, ainsi que d'autres représentations graphiques de fonctions.
- Les étirements et les réflexions sont effectués avant les translations, sauf indication contraire.
- L'analyse d'une transformation pour les résultats d'apprentissage spécifiques 2 à 5 comprend entre autres : déterminer et décrire les effets d'une transformation sur le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine, les points invariants et les points significatifs.
- L'analyse des graphiques pour les résultats d'apprentissage spécifiques 9 et 12 à 14 comprend, entre autres : déterminer et décrire le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine, les points invariants et les points significatifs.
- L'expression *points significatifs* d'une relation ou d'une fonction peut inclure les sommets, les extrémités, les maximums et les minimums, etc.
- Les résultats d'apprentissage spécifiques 2 à 7, 10 et 11 ne mentionnent pas la technologie [T] comme un des processus mathématiques. Bien que la technologie peut servir à découvrir les concepts, elle ne devrait pas servir à l'évaluation finale de ces concepts.
- Les élèves peuvent se servir des règles de correspondance afin d'effectuer une transformation.
- Les élèves devraient être capables d'exprimer le domaine ou l'image à l'aide de la notation des ensembles ainsi que de la notation des intervalles. Par exemple :

Notation des ensembles	Notation des intervalles
Domaine : $\{x \in R \mid -1 \leq x\}$	Domaine : $[-1, \infty[$
Image : $\{y \in R\}$	Image : $] -\infty, \infty[$

Il faut noter qu'en français, la notation des ensembles et la notation des intervalles sont différentes par rapport à l'anglais.



Résultats d'apprentissage spécifiques

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Démontrer une compréhension de la composition de fonctions et des opérations avec des fonctions.
[L, R, T, V] [TIC : C6-4.1]

Remarques :

- Les fonctions initiales utilisées dans les opérations et les compositions devraient être limitées aux fonctions linéaires, quadratiques, cubiques, racines ayant un radicande linéaire, rationnelles (monôme, binôme), valeur absolue (premier degré seulement), exponentielles, logarithmiques et aux fonctions définies par intervalles.
- Pour la composition de fonctions, les élèves devraient connaître la notation suivante :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

- Pour les opérations sur les fonctions, les élèves devraient connaître la notation suivante :

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

- La technologie graphique peut être utilisée pour analyser les fonctions issues d'opérations ou de compositions de fonctions qui dépassent la portée de ce cours.
- Ce résultat d'apprentissage vise à se concentrer sur la compréhension conceptuelle des opérations et des compositions de fonctions plutôt que sur les longs processus algébriques.

(Voir les exemples 1-9.)

Résultat d'apprentissage spécifique 2

Démontrer une compréhension de l'effet des translations verticales et horizontales sur le graphique de fonctions et sur leurs équations respectives. [C, L, R, V]

(Voir les exemples 10-12 et 55.)

Résultat d'apprentissage spécifique 3

Démontrer une compréhension des effets des étirements horizontaux et verticaux sur les graphiques de fonctions et sur leurs équations respectives. [C, L, R, V]

Remarques :

- Les étirements par rapport à une droite parallèle à l'axe des x ou à l'axe des y dépassent la portée de ce cours.

(Voir les exemples 13-16.)

Résultat d'apprentissage spécifique 4

Appliquer des translations et des étirements aux graphiques de fonctions et à leurs équations respectives. [C, L, R, V]

(Voir les exemples 17, 18 et 20.)

Résultat d'apprentissage spécifique 5

Démontrer une compréhension des effets de réflexions sur les graphiques des fonctions et leurs équations respectives, y compris des réflexions par rapport à :

- l'axe des x
- l'axe des y
- la droite $y = x$ [C, L, R, V]

Remarques :

- Les réflexions par rapport à une droite parallèle à l'axe des x ou à l'axe des y dépassent la portée de ce cours.
- Les réflexions par rapport à la droite $y = x$ ne devraient être combinées avec aucune autre transformation.

(Voir les exemples 15, 16 et 18-22.)

Résultat d'apprentissage spécifique 6

Démontrer une compréhension des réciproques de relations. [C, L, R, V]

Remarques :

- Les élèves devraient connaître la notation $x = f(y)$.
- La notation $y = f^{-1}(x)$ devrait être employée seulement quand la réciproque est aussi une fonction.
- La discussion des **équations** des relations réciproques devrait être axée principalement sur les fonctions linéaires, quadratiques exponentielles ou logarithmiques.

- Lors de l'exploration **graphique** des relations réciproques, les enseignants peuvent explorer diverses relations, telles que polynomiale, définie par intervalles, radicale, exponentielle, logarithmique et valeurs absolues.
- Les élèves devraient être en mesure de limiter le domaine sur la fonction originale pour obtenir une réciproque étant aussi une fonction.

(Voir les exemples 21, 23 et 24.)

Résultat d'apprentissage spécifique 7

Démontrer une compréhension des logarithmes. [CE, L, R]

(Voir les exemples 4, 25 et 26.)

Résultat d'apprentissage spécifique 8

Démontrer une compréhension des lois des logarithmes du produit, du quotient et des puissances. [C, CE, L, R, T] [TIC : C6-4.1]

Remarques :

- Le changement de base peut être enseigné comme une stratégie pour trouver la valeur des logarithmes.

(Voir les exemples 27-30)

Résultat d'apprentissage spécifique 9

Tracer le graphique et analyser des fonctions exponentielles et logarithmiques. [C, L, T, V] [TIC : C6-4.3; C6-4.4; F1-4.2]

Remarques :

- En traçant le graphique de $y = a(b)^{x-c} + d$, la valeur de b sera limitée à $b > 0, b \neq 1$.
- En traçant le graphique de $y = a \log_b(x - c) + d$, la valeur de b sera limitée à $b > 1$.
- Les logarithmes naturels et la base e dépassent la portée de ce cours.

(Voir les exemples 5, 22 et 31-34.)

Résultat d'apprentissage spécifique 10

Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles et logarithmiques. [C, L, R, RP]

Remarques :

- Les équations logarithmiques devraient être limitées aux contextes qui utilisent les mêmes bases.

- Les formules seront fournies pour tous les problèmes comprenant des échelles logarithmiques, telles que les décibels, l'intensité des tremblements de terre et le pH.
- Les formules seront fournies à moins que le contexte corresponde à la forme $y = ab^{\frac{t}{p}}$, où y représente la quantité finale, a représente la quantité initiale, b représente le taux de croissance/décroissance, t est le temps total et p est l'unité de temps pour le contexte.
- L'intérêt composé comporte l'application de la formule $y = ab^{\frac{t}{p}}$. Les élèves devraient connaître les termes ayant trait aux périodes de capitalisation.

(Voir les exemples 35-40.)

Résultat d'apprentissage spécifique 11

Démontrer une compréhension de la décomposition en facteurs de polynômes de degré supérieur à 2 (limité aux polynômes de degré ≤ 5 ayant des coefficients entiers). [C, CE, L]

Remarque :

- Le théorème du zéro rationnel dépasse la portée de ce cours; c.-à-d. il y aura au plus deux facteurs linéaires dont le coefficient dominant n'est pas égal à 1.

(Voir les exemples 41-45.)

Résultat d'apprentissage spécifique 12

Tracer le graphique et analyser des fonctions polynomiales (limité aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5). [C, L, T, V] [TIC : C6-4.3; C6-4.4]

Remarques :

- Les élèves doivent comprendre la relation entre les zéros d'une fonction, les racines d'une équation, les abscisses à l'origine d'un graphique et les facteurs d'un polynôme.
- L'analyse graphique d'une fonction polynomiale comprend : le coefficient dominant, les maximums et les minimums, le domaine, l'image, les abscisses et l'ordonnée à l'origine, les zéros, la multiplicité de chaque zéro, les fonctions de degré pair ou impair, ainsi que le comportement à l'infini.
- Les élèves devraient être en mesure de reconnaître quand il n'existe aucune racine réelle, mais leur calcul dépasse la portée de ce cours.
- Les expressions *maximum* et *minimum* font référence au maximum absolu et au minimum absolu.

(Voir les exemples 5, 44 et 46-50.)

Résultat d'apprentissage spécifique 13

Tracer le graphique et analyser des fonctions racines (limité à des fonctions ne contenant qu'un radical). [L, R, T, V] [TIC : C6-4.1; C6-4.3]

Remarques :

- L'étude des fonctions racines sera limitée aux fonctions comportant les racines carrées.
- Les transformations de fonctions racines comprennent aussi l'esquisse du graphique et l'analyse de la transformation de $y = f(x)$ en $y = \sqrt{f(x)}$. La fonction $y = f(x)$ peut être une fonction linéaire, quadratique ou définie par intervalles.

(Voir les exemples 5, 20 et 51-53.)

Résultat d'apprentissage spécifique 14

Tracer et analyser des fonctions rationnelles (limité à des numérateurs et à des dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [L, R, T, V] [TIC : C6-4.1; C6-4.3; C6-4.4]

Remarques :

- Les asymptotes obliques dépassent la portée de ce cours.
- Les numérateurs et les dénominateurs devraient être limités au degré deux au plus.
- Les transformations de fonctions rationnelles N'INCLUENT PAS la transformation de $y = f(x)$ en $y = \frac{1}{f(x)}$.
- Les asymptotes horizontales se limitent aux transformations de $y = \frac{1}{x}$ et de $y = \frac{1}{x^2}$.

(Voir les exemples 5, 6 et 54-57.)

Résultat spécifique	Norme acceptable	Norme d'excellence
RAS 1	<p>L'élève peut :</p> <ul style="list-style-type: none"> étant donné leurs équations, esquisser le graphique d'une fonction qui représente la somme, la différence, le produit, le quotient ou la composition de deux fonctions sans l'aide de la technologie esquisser le graphique d'une fonction qui représente la somme, la différence ou le produit de deux fonctions, étant donné leurs graphiques représenter une fonction, $h(x)$, sous la forme : <ul style="list-style-type: none"> de la somme ou de la différence d'au moins deux fonctions du produit ou du quotient de deux fonctions d'une seule composition <p>P. ex. : $h(x) = f(f(x))$ $h(x) = f(g(x))$</p> déterminer le domaine et l'image d'une fonction qui est le résultat de l'opération de deux fonctions (c'est-à-dire la somme, la différence, le produit ou le quotient) déterminer la valeur des opérations ou des compositions de fonctions en un point <p>P. ex. : $h(a) = (f \cdot g)(a)$ $h(a) = f(f(a))$ $h(a) = (f \circ g)(a)$ $h(a) = f(g(k(a)))$ $h(a) = g(a) + f(g(a))$</p> 	<p>L'élève peut aussi :</p> <ul style="list-style-type: none"> esquisser le graphique d'une fonction qui représente le quotient de deux fonctions étant donné leurs graphiques représenter une fonction, $h(x)$, sous la forme : <ul style="list-style-type: none"> du produit ou du quotient de trois fonctions d'une fonction composée comportant deux compositions <p>P. ex. : $j(x) = (f \circ g \circ h)(x)$ $h(x) = f(g(f(x)))$</p> représenter une fonction, $h(x)$, en combinant au moins deux fonctions à l'aide des opérations avec des fonctions ou des compositions de fonctions, limitées à deux opérations. <p>P. ex. : $h(x) = g(x) + f(g(x))$ $h(x) = (f \cdot g)(x) - k(x)$</p> déterminer le domaine d'une fonction qui est la composition de deux fonctions

<p>RAS 2 RAS 3 RAS 4 RAS 5</p>	<ul style="list-style-type: none"> • effectuer, analyser et décrire graphiquement ou algébriquement : <ul style="list-style-type: none"> – une combinaison de transformations qui comportent des étirements ou des translations – une combinaison de transformations qui comportent des réflexions ou des translations – une combinaison de transformations qui comportent des réflexions ou des étirements – un étirement horizontal ou une réflexion par rapport à l'axe des y et une translation dans laquelle on enlève le paramètre b par la factorisation <p>étant donné la fonction sous forme d'équation ou de graphique ou bien de règle de correspondance</p> <ul style="list-style-type: none"> • effectuer, analyser et décrire une réflexion par rapport à la droite $y = x$, étant donné le graphique de la fonction ou de la relation 	<ul style="list-style-type: none"> • effectuer, analyser et décrire graphiquement ou algébriquement : <ul style="list-style-type: none"> – un étirement horizontal ou une réflexion par rapport à l'axe des y et une translation dans laquelle on n'enlève pas le paramètre b par la factorisation – une combinaison de transformations qui comportent au moins une réflexion, un étirement et une translation <p>étant donné la fonction sous forme d'équation ou de graphique ou bien de règle de correspondance</p>
<p>RAS 6 RAS 9</p>	<ul style="list-style-type: none"> • déterminer l'équation de la réciproque d'une fonction linéaire, quadratique, exponentielle ou logarithmique et analyser son graphique 	<ul style="list-style-type: none"> • déterminer les restrictions qui doivent être appliquées au domaine d'une fonction pour que sa réciproque soit une fonction, étant donné son graphique ou son équation
<p>RAS 2-RAS 5, RAS 9, RAS 12- RAS 14</p>	<ul style="list-style-type: none"> • déterminer un paramètre inconnu dans une fonction, étant donné de l'information relative à un point sur le graphique de la fonction 	
<p>RAS 7</p>	<ul style="list-style-type: none"> • déterminer, sans l'aide de la technologie, les valeurs exactes d'expressions logarithmiques simples • estimer la valeur d'une expression logarithmique à l'aide de points de repère • effectuer la conversion entre $y = b^x$ et $\log_b y = x$ 	<ul style="list-style-type: none"> • effectuer la conversion entre formes exponentielles et logarithmiques comportant plus de deux étapes
<p>RAS 8</p>	<ul style="list-style-type: none"> • simplifier ou développer des expressions logarithmiques à l'aide des lois des logarithmes 	

RAS 9	<ul style="list-style-type: none"> • esquisser et analyser (domaine, image, coordonnées à l'origine, asymptote) le graphique d'une fonction exponentielle ou logarithmique et sa fonction transformée 	
RAS 10	<ul style="list-style-type: none"> • résoudre des équations exponentielles qui : <ul style="list-style-type: none"> – peuvent être simplifiées à l'aide d'une base commune – ne peuvent pas être simplifiées à l'aide d'une base commune et dont les exposants sont des monômes • résoudre des équations logarithmiques, mais n'est pas censé reconnaître quand la solution comprend une racine étrangère • résoudre des problèmes concrets comportant des fonctions exponentielles et logarithmiques • déterminer une valeur, telle que l'intensité des tremblements de terre, dans un problème de comparaison 	<ul style="list-style-type: none"> • résoudre des équations exponentielles qui ne peuvent pas être simplifiées à l'aide d'une base commune, dont les exposants ne sont pas des monômes, ou ayant un coefficient numérique • résoudre des équations logarithmiques et reconnaître quand la solution comprend une racine étrangère • trouver la valeur d'un exposant dans un problème de comparaison
RAS 11	<ul style="list-style-type: none"> • identifier si un binôme est un facteur d'un polynôme donné • factoriser complètement un polynôme de degré 3, 4 ou 5 	
RAS 12	<ul style="list-style-type: none"> • identifier une fonction donnée et expliquer s'il s'agit d'une fonction polynomiale • trouver les zéros d'une fonction polynomiale et expliquer les liens entre les abscisses à l'origine du graphique et les racines d'une équation • esquisser et analyser des fonctions polynomiales (multiplicités, ordonnée à l'origine, domaine et image, etc.) • fournir une solution partielle à un problème en modélisant une situation donnée à l'aide d'une fonction polynomiale • fournir une solution partielle à un problème en modélisant une situation donnée à l'aide d'une fonction polynomiale • déterminer l'équation d'une fonction polynomiale sous forme factorisée, étant donné son graphique ou des caractéristiques clés 	<ul style="list-style-type: none"> • fournir une solution complète à un problème en modélisant une situation donnée à l'aide d'une fonction polynomiale

RAS 13	<ul style="list-style-type: none"> • esquisser et analyser (domaine, image, points invariants, abscisses et ordonnées à l'origine) $y = \sqrt{f(x)}$, étant donné le graphique ou l'équation de $y = f(x)$ • trouver graphiquement les zéros d'une fonction racine et expliquer les liens entre les abscisses à l'origine du graphique et les racines d'une équation • déterminer l'équation d'une fonction racine, étant donné son graphique ou des caractéristiques clés 	<ul style="list-style-type: none"> • déterminer l'équation d'une fonction racine comportant les trois types de transformations : une réflexion, un étirement et une translation, étant donné son graphique ou des caractéristiques clés
RAS 14	<ul style="list-style-type: none"> • esquisser et analyser des fonctions rationnelles (asymptotes verticales, asymptote horizontale, abscisse d'un point de discontinuité, domaine, image, abscisses et ordonnées à l'origine) • trouver les zéros d'une fonction rationnelle graphiquement et expliquer les liens entre les abscisses à l'origine du graphique et les racines d'une équation • déterminer l'équation d'une fonction rationnelle étant donné son graphique ou ses caractéristiques clés 	<ul style="list-style-type: none"> • trouver l'ordonnée du point de discontinuité d'une fonction rationnelle • déterminer l'équation d'une fonction rationnelle contenant un point de discontinuité, étant donné son graphique ou ses caractéristiques clés
RAS 1- RAS 14	<ul style="list-style-type: none"> • participer et contribuer au processus de résolution de problèmes qui requièrent l'analyse des relations et des fonctions étudiées en Mathématiques 30–1 	<ul style="list-style-type: none"> • trouver la solution des problèmes qui requièrent l'analyse des relations et des fonctions étudiée en Mathématiques 30–1

Exemples

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de l'indication **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

À noter : Dans les questions à choix multiple, l'astérisque (*) indique la bonne réponse. Veuillez noter que les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables.

RAS 1

1. Étant donné les fonctions $f(x) = 7 - x$ et $g(x) = 2x + 1$, tracez le graphique de $h(x)$ pour chaque question ci-dessous **et** énoncez le domaine et l'image.

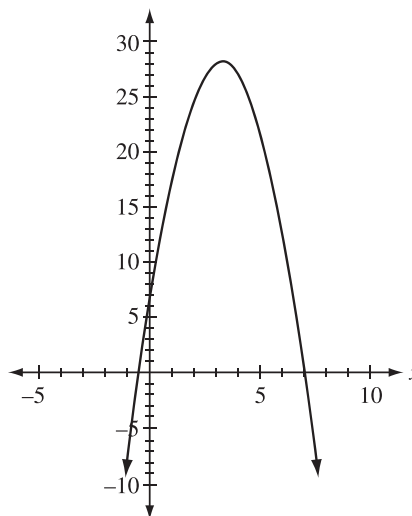
a) $h(x) = f(x)g(x)$

Solution possible :

$$h(x) = (7 - x)(2x + 1)$$

$$h(x) = -2x^2 + 13x + 7$$

$$\text{Domaine : } \{x \in \mathbb{R}\} \text{ et Image : } \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 28,125\}$$

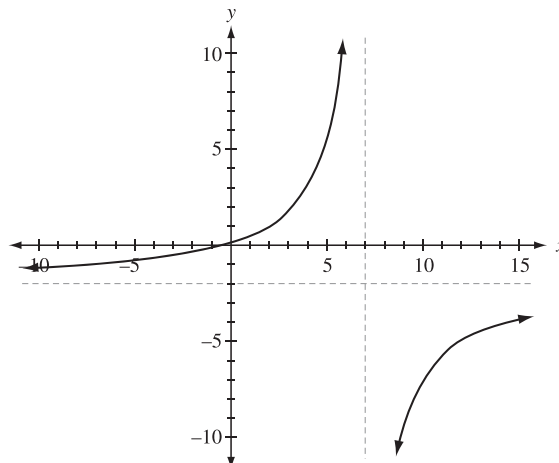


b) $h(x) = \left(\frac{g}{f}\right)(x)$

Solution possible :

$$h(x) = \frac{2x + 1}{7 - x}$$

$$\text{Domaine : } \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 7\} \text{ et Image : } \{y \in \mathbb{R} \mid y \neq -2\}$$



c) $h(x) = g(f(x))$

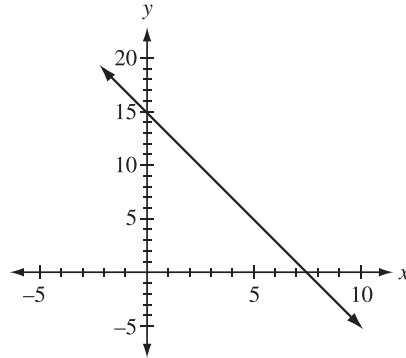
Solution possible :

$$h(x) = g(7 - x)$$

$$h(x) = 2(7 - x) + 1$$

$$h(x) = 15 - 2x$$

Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$ et Image : $\{y \in \mathbb{R}\}$



Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 2.

Pour les fonctions $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2 + 3$, $h(x) = 2x - 5$ et $k(x)$, où $k(x) = (h \circ g \circ f)(x)$, on peut écrire l'équation simplifiée de $k(x)$ sous la forme $k(x) = ax - b$, où $x \geq 1$.

Réponse numérique

NE

2. La valeur de a est _____. Notez dans la **première** case.

La valeur de b est _____. Notez dans la **deuxième** case.

RAS 1

Solution : 21

$$k(x) = h(g(\sqrt{x-1}))$$

$$k(x) = h((\sqrt{x-1})^2 + 3)$$

$$k(x) = h(x + 2)$$

$$k(x) = 2(x + 2) - 5$$

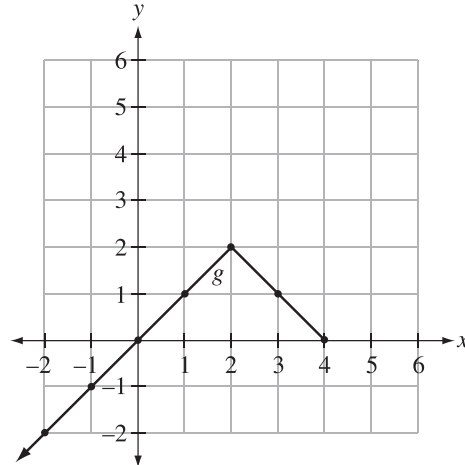
$$k(x) = 2x - 1$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte la combinaison de deux compositions.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 3.

Voici une table de valeurs où l'on décrit la fonction $y = f(x)$ et un graphique qui représente la fonction $y = g(x)$.

x	$f(x)$
-1	non définie
0	4
1	5
2	6
3	6
4	7
5	8



Réponse numérique

RAS 1

3. Si $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, la valeur de $h(3)$ est _____.

Solution : 6

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$h(3) = \frac{f(3)}{g(3)}$$

$$= \frac{6}{1}$$

$$= 6$$

RAS 1
RAS 7

4. Pour la fonction $f(x) = 7 \log_2 x$ et $g(x) = |5 - 6x|$, déterminez la valeur de $f((f + g)(8))$.

Solution possible : $f(8) + g(8) = 7 \log_2(8) + |5 - 6(8)|$

$$f(8) + g(8) = 21 + 43$$

$$f(8) + g(8) = 64$$

$$f((f + g)(8)) = f(64)$$

$$f(64) = 7 \log_2(64)$$

$$f(64) = 42$$

$$\therefore f((f + g)(8)) = 42$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 5.

On donne à Alex la liste de fonctions suivante, où $b > 1$. Elle doit déterminer une nouvelle fonction, $h(x)$, qui est le quotient de deux fonctions différentes ci-dessous où le domaine de $h(x)$ est $\{x \in \mathbb{R}\}$.

Fonction 1 $y = x - b$

Fonction 2 $y = x^2 + b$

Fonction 3 $y = x^3 + b$

Fonction 4 $y = \log_b x$

Fonction 5 $y = b^x$

Fonction 6 $y = \sqrt{x + b}$

Réponse numérique

RAS 1
RAS 9
RAS 12
RAS 13
RAS 14

5. Si $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ et qu'Alex choisit la fonction 1 pour $f(x)$, on peut conclure que les deux fonctions qu'elle pourrait choisir pour $g(x)$ sont numérotées _____ et _____.

Solution : 25 ou 52

La fonction 1 est le numérateur. Elle ne peut pas être aussi le dénominateur puisque $f(x)$ et $g(x)$ doivent être des fonctions différentes.

Pour que $h(x)$ ait pour domaine $x \in \mathbb{R}$, $g(x)$ ne peut pas être égale à zéro où $b > 1$, et $g(x)$ doit avoir pour domaine $x \in \mathbb{R}$. Seules les fonctions 2 et 5 correspondent à cette description.

La fonction 3 est égale à zéro si $x = \sqrt[3]{-b}$.

La fonction 4 a un domaine limité de $x > 0$.

La fonction 6 est égale à zéro si $x = -b$ et a un domaine limité de $x \geq -b$.

NE

6. Étant donné $f(x) = x^2 - 7x$, $g(x) = x - 2$ et $h(x) = \frac{2x^2 + x}{x - 2}$, déterminez une équation simplifiée de $j(x)$, étant donné que $j(x) = \frac{f(x)}{g(x)} + h(x)$.

RAS 1
RAS 14

Solution possible : $j(x) = \frac{x^2 - 7x}{x - 2} + \frac{2x^2 + x}{x - 2}$

$$j(x) = \frac{3x^2 - 6x}{x - 2}$$

$$j(x) = \frac{3x(x - 2)}{x - 2}$$

$$j(x) = 3x, \quad x \neq 2$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE puisqu'elle comporte deux opérations avec les fonctions.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 7.

Voici deux fonctions.

$$f(x):\{(1,4), (2,6), (3,5), (4,2)\}$$

$$g(x):\{(1,5), (3,2), (5,8), (6,3)\}$$

RAS 1

7. La valeur de $(g \circ f)(3)$ est

- A. 6
- * B. 8
- C. 9
- D. 10

NE

RAS 1

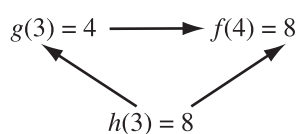
8. Le point $A(3, 4)$ se trouve sur le graphique de $g(x)$ et le point $A'(3, 8)$ se trouve sur le graphique de $h(x)$, où $h(x) = (f \circ g)(x)$. Le point correspondant qui se trouve sur le graphique de $f(x)$ doit être _____.

Solution possible : L'abscisse de $f(x)$ est l'ordonnée de $g(x)$, 4.

L'ordonnée de $f(x)$ est l'ordonnée de $h(x)$, 8.

$\therefore (4, 8)$ est le point correspondant sur $f(x)$.

Solution possible :



$\therefore (4, 8)$ est le point correspondant sur $f(x)$.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle nécessite la solution à des problèmes comportant des relations et des fonctions étudiées en Mathématiques 30–1 comme indiqué à la dernière puce de la page 13.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 9.

Étant donné $f(x) = \sqrt{x-3}$ et $g(x) = \frac{x^2}{x^2-25}$, on demande à des élèves de sélectionner le domaine du graphique de $y = h(x)$, où $h(x) = g(f(x))$, dans la liste fournie dans le tableau ci-dessous.

Numéro de référence	Domaine
2	$\{x \in R \mid x \geq 3\}$
3	$\{x \in R \mid x \neq 28\}$
4	$\{x \in R \mid x \geq 3 \text{ et } x \neq 28\}$
5	$\{x \in R \mid x \geq 3 \text{ et } x \neq 5\}$
6	$\{x \in R \mid x \geq 3, x \neq 5 \text{ et } x \neq 28\}$

Réponse numérique

NE

9. Le numéro de référence qui correspond au domaine du graphique de $h(x) = g(f(x))$ est _____.

RAS 1

Solution : 4

$$g(f(x)) = \frac{(\sqrt{x-3})^2}{(\sqrt{x-3})^2 - 25}$$

Pour le domaine, le radicande doit être supérieur ou égal à zéro.

$$x - 3 \geq 0$$

et le dénominateur ne doit pas être égal à zéro.

$$(\sqrt{x-3})^2 - 25 \neq 0$$

$$g(f(x)) = \frac{x-3}{x-28}$$

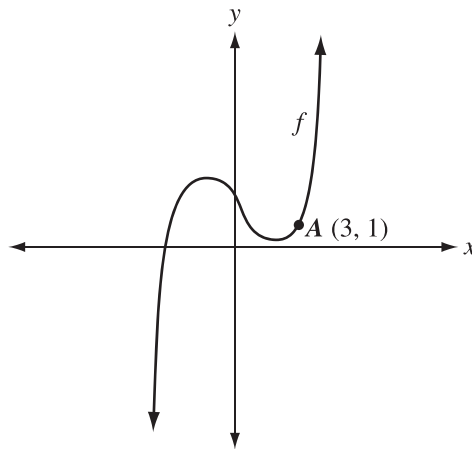
Le domaine de $y = f(x)$ est $x \geq 3$ et $y = h(x)$ est non définie en $x = 28$.

$\therefore \{x \in R \mid x \geq 3 \text{ et } x \neq 28\}$ et le bon numéro de référence est 4.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle nécessite le domaine d'une fonction qui est la composition de deux fonctions.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 10.

Voici le graphique de la fonction f . La fonction f subit des transformations et devient la fonction g .



RAS 2

10. Si $g(x) - 2 = f(x + 5)$, quel quadrant contient le point correspondant, A' , sur le graphique de la fonction g ?

- A. Le quadrant I
- *B. Le quadrant II
- C. Le quadrant III
- D. Le quadrant IV

Réponse numérique

RAS 2

11. La fonction $f(x) = |x - 2| + 3$ subit des transformations et devient la fonction $g(x) = |x + 2| + 1$. Les transformations nécessaires pour que $y = f(x)$ devienne $y = g(x)$ sont une translation de _____ unité(s) _____ et une translation de _____ unité(s) _____.

Utilisez le code suivant pour compléter la phrase ci-dessus.

Numéro de référence	Valeur numérique
1	1
2	2
3	3
4	4

Numéro de référence	Direction de la translation
5	vers la gauche
6	vers la droite
7	vers le haut
8	vers le bas

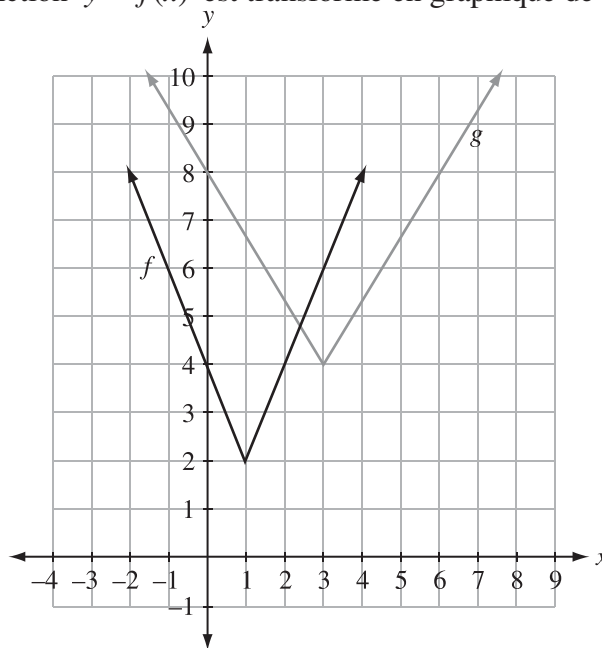
Solution possible : 4528 ou 2845

RAS 2

12. Quelles transformations de la fonction $f(x) = x^3$ sont décrites par la règle de correspondance $(x, y) \rightarrow (x - 4, y + 9)$?
- A. 4 unités vers la droite et 9 unités vers le bas
 - B. 4 unités vers la gauche et 9 unités vers le bas
 - C. 4 unités vers la droite et 9 unités vers le haut
 - *D. 4 unités vers la gauche et 9 unités vers le haut

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 13.

Le graphique de la fonction $y = f(x)$ est transformé en graphique de la fonction $y = g(x)$.

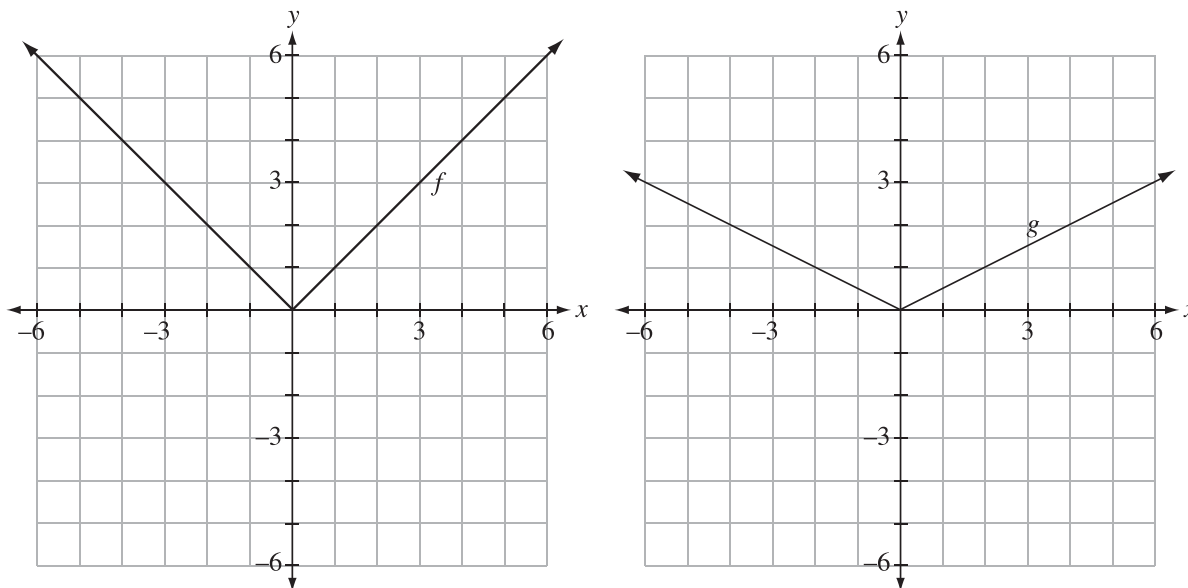
**RAS 3**

13. Une équation de $g(x)$ en fonction de $f(x)$ est

- A. $g(x) = \frac{1}{2}f(3x)$
- B. $g(x) = 2f(3x)$
- C. $g(x) = \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{3}x\right)$
- *D. $g(x) = 2f\left(\frac{1}{3}x\right)$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 14.

Voici le graphique de $f(x) = |x|$ et le graphique de $y = g(x)$. Le graphique de $f(x)$ subit une transformation et devient le graphique de $g(x)$.



RAS 3 14. Déterminez deux équations possibles de la fonction $g(x)$.

Solution possible : $g(x) = \frac{1}{2}|x|$ et $g(x) = \left|\frac{1}{2}x\right|$

La transformation peut être un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des x ou un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y .

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 15.

Les paires ordonnées ci-dessous représentent les transformations possibles du point $P(a, b)$ sur le graphique de la fonction $y = f(x)$.

Point 1 : $(4a, b)$	Point 3 : $(a, -b)$	Point 5 : $\left(\frac{a}{4}, b\right)$
Point 2 : $(-a, b)$	Point 4 : $\left(a, \frac{b}{4}\right)$	Point 6 : $(a, 4b)$

Réponse numérique

RAS 3
RAS 5

- 15.** Si $y = f(x)$ subit une seule transformation pour chaque affirmation ci-dessous, identifiez les coordonnées du point P' correspondant sur le nouveau graphique.

Le point correspondant de la fonction $y = -f(x)$ est le point numéro _____.

Le point correspondant de la fonction $y = f\left(\frac{1}{4}x\right)$ est le point numéro _____.

Le point correspondant de la fonction $y = \frac{1}{4}f(x)$ est le point numéro _____.

Le point correspondant de la fonction $y = f(-x)$ est le point numéro _____.

Solution : 3142

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 16.

Le graphique de $y = f(x)$ subit une réflexion par rapport à l'axe des x , un étirement vertical par un facteur de $\frac{1}{3}$ par rapport à l'axe des x , et un étirement horizontal par un facteur de 4 par rapport à l'axe des y , générant le graphique de $y = g(x)$.

RAS 3
RAS 5

16. Le point $A(-3, 6)$ sur le graphique de $y = f(x)$ correspondant au point-image, A' , sur le graphique de $y = g(x)$ est

- A. (9, 24)
- B. (-12, -18)
- C. (1, 24)
- *D. (-12, -2)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 17.

Le graphique de $y = f(x)$ est transformé en graphique de $g(x) + 4 = 2f(x - 3)$. Le domaine et l'image de chaque fonction sont indiqués ci-dessous.

	Domaine	Image
Graphique de $f(x)$	$[-1, 3]$	$[2, 6]$
Graphique de $g(x)$	$[a, b]$	$[c, d]$

Réponse numérique

RAS 4

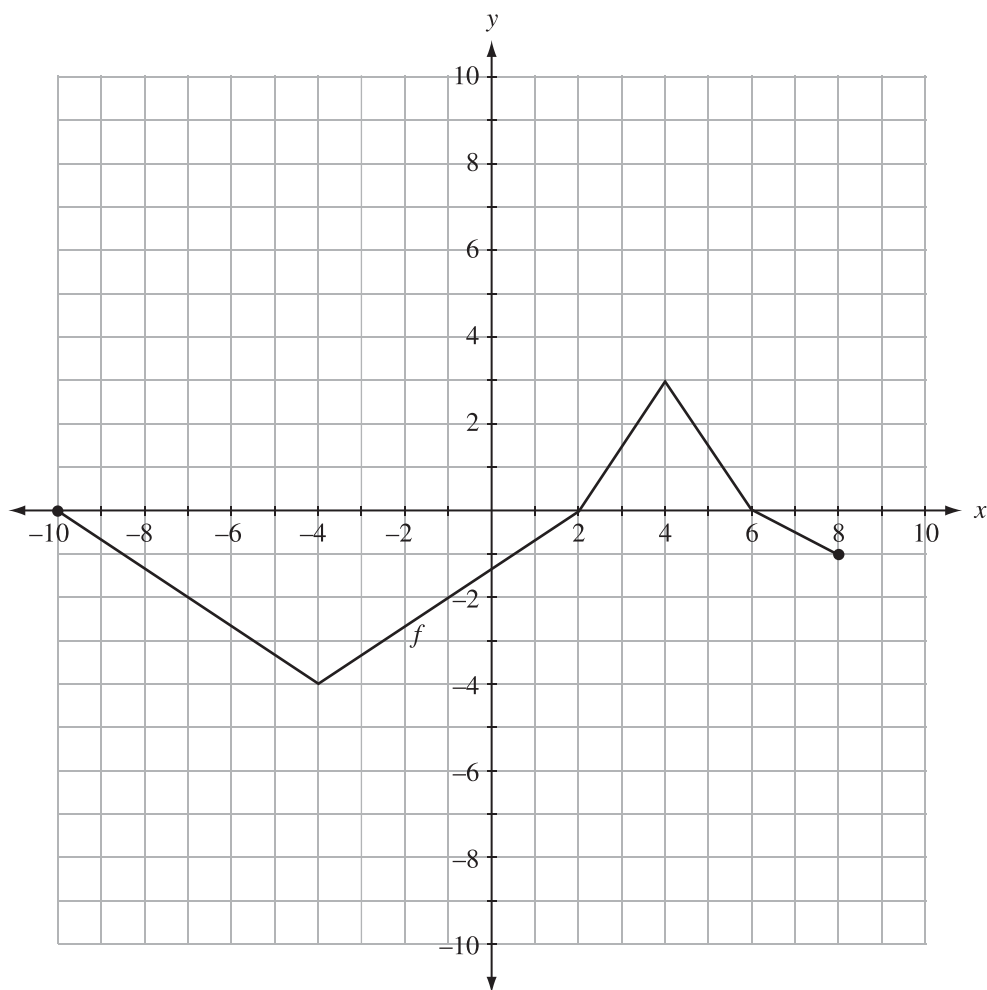
17. Les valeurs respectives de a , b , c et d pour le graphique de $g(x)$ sont _____, _____, _____ et _____.

Solution : 2608

Puisque $(x, y) \rightarrow (x + 3, 2y - 4)$, alors le domaine est $[2, 6]$ et l'image est $[0, 8]$ pour le graphique de $g(x)$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 18.

Le graphique de $y = f(x)$ ci-dessous subit une réflexion par rapport à l'axe des y , un étirement vertical par un facteur de 2 par rapport à l'axe des x , un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à la droite $x = 0$ et ensuite une translation de 3 unités vers le haut.



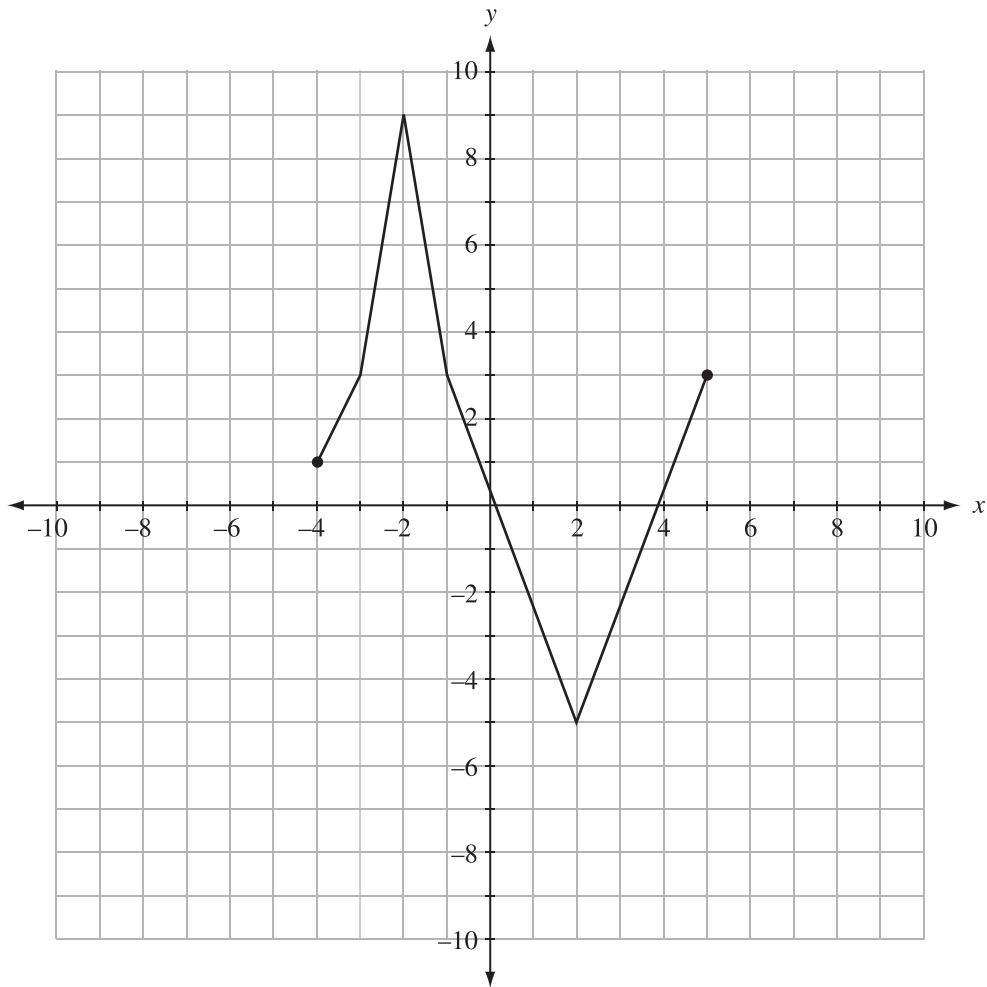
NE

18. Tracez le graphique de la fonction transformée.

RAS 4

RAS 5

Solution possible :



$$(x, y) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}x, 2y + 3\right)$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte une réflexion, un étirement et une translation.

RAS 5

19. Quand le graphique de $y = -x^2 + 4$ subit une réflexion par rapport à l'axe des y , l'équation de la fonction transformée sera

- A. $y = x^2 + 4$
- *B. $y = -x^2 + 4$
- C. $y = x^2 - 4$
- D. $y = -x^2 - 4$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 20.

Le graphique de $y = \sqrt{x}$ subit des transformations et devient le graphique de $y = \sqrt{-\frac{1}{2}x - 4}$.

Voici une liste de transformations possibles.

Numéro de référence	Transformation
1	Un étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{2}$ par rapport à l'axe des y
2	Un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y
3	Une réflexion par rapport à l'axe des x
4	Une réflexion par rapport à l'axe des y
5	Une translation horizontale de 4 unités vers la gauche
6	Une translation horizontale de 4 unités vers la droite
7	Une translation horizontale de 8 unités vers la gauche
8	Une translation horizontale de 8 unités vers la droite

Réponse numérique

- NE** 20. Une suite de transformations sur la liste ci-dessus qui décrivent les changements subis par le graphique de $y = \sqrt{x}$ sont _____, _____ et _____.

RAS 4
RAS 5
RAS 13

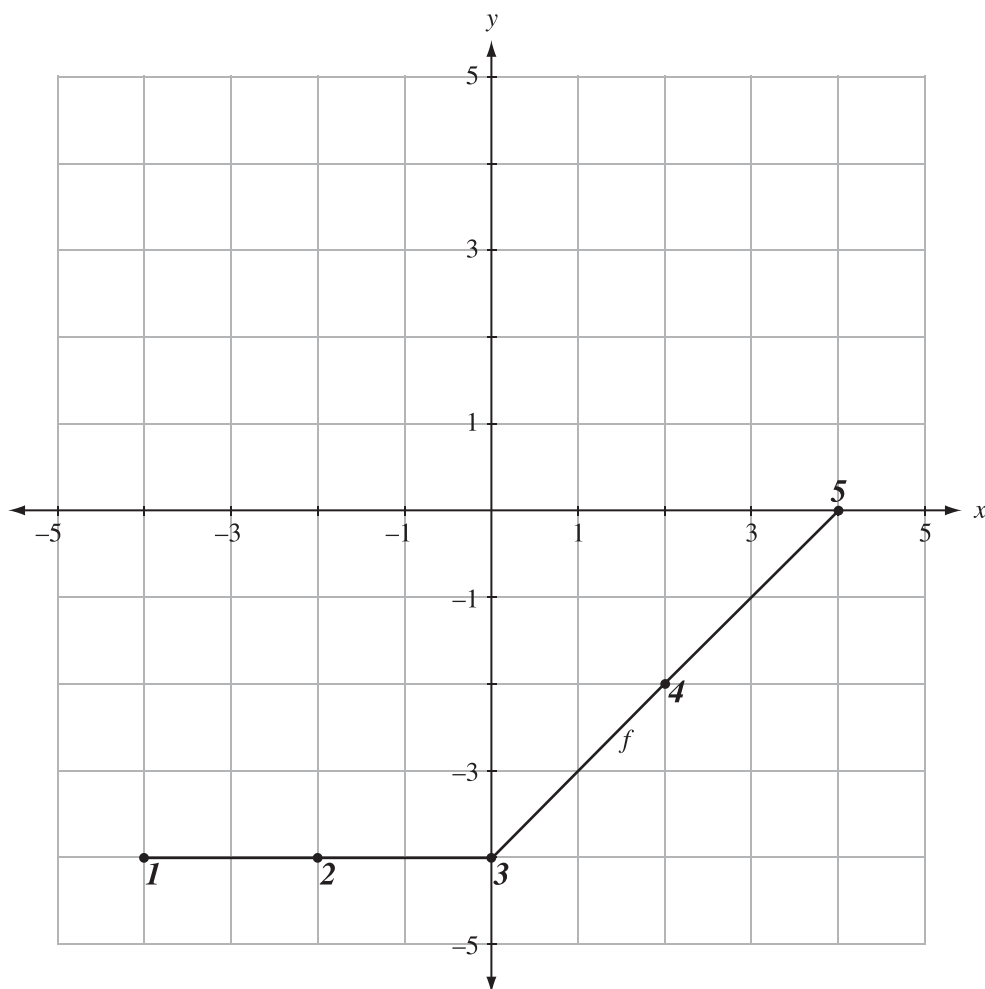
Solution possible : 247 ou 427

Le graphique de $y = \sqrt{x}$ subit une réflexion par rapport à l'axe des y , un étirement horizontal par un facteur de 2 par rapport à l'axe des y , puis une translation de 8 unités vers la gauche.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné que la transformation comporte la factorisation de la valeur b et qu'elle comporte une réflexion, un étirement et une translation.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 21.

Voici le graphique de $y = f(x)$.



RAS 5
RAS 6

21. Pour chaque transformation de $y = f(x)$ indiquée ci-dessous, le point invariant se trouve au point numéro :

$$y = -f(x)$$

$$y = f(-x)$$

$$x = f(y)$$

Solution : 531

RAS 5
RAS 9

22. Le graphique de $y = 3^{x+2}$ subit une réflexion par rapport à la droite $y = x$. L'équation du nouveau graphique est

- *A. $y = \log_3 x - 2$
- B. $y = \log_3 x + 2$
- C. $y = \log_3(x - 2)$
- D. $y = \log_3(x + 2)$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 23.

On peut écrire la réciproque de $f(x) = 2x - 3$ sous la forme $f^{-1}(x) = \frac{a}{2}x + \frac{b}{2}$.

Réponse numérique

RAS 6

23. Les valeurs de a et b sont respectivement _____ et _____.

Solution : 13

$$x = 2y - 3$$

$$x + 3 = 2y$$

$$\frac{x + 3}{2} = y$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

NE

RAS 6

24. Une restriction du domaine de $f(x) = x^2 + 4$, de sorte que sa réciproque soit aussi une fonction, pourrait être

- A. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$
- *B. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- C. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$
- D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte une restriction du domaine de la fonction initiale pour que la réciproque soit aussi une fonction.

Réponse numérique

RAS 7

25. La valeur de $\log_5 625 + 3 \log_7 49 + \log_2 \frac{1}{16} + \log_b b + \log_a 1$ est _____.

Solution : $4 + 3(2) + -4 + 1 + 0 = 7$

NE

26. L'équation $m \log_p n + 5 = q$ peut s'écrire sous la forme exponentielle

RAS 7

A. $p^{(q-5)} = mn$

*B. $p^{(q-5)} = n^m$

C. $p^{(q-5)} = \frac{m}{n}$

D. $p^{(q-5)} = m^n$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné que la conversion comporte plus de deux étapes.

RAS 8

27. L'expression $(3^{\log x})(3^{\log x})$ est équivalente à

*A. $3^{\log x^2}$

B. $9^{\log x^2}$

C. $3^{(\log x)^2}$

D. $9^{(\log x)^2}$

RAS 8

28. Sous la forme d'un seul logarithme, l'expression $2 \log x - \frac{\log z}{2} + 3 \log y$ peut s'écrire

*A. $\log\left(\frac{x^2 y^3}{\sqrt{z}}\right)$

B. $3 \log\left(\frac{xy}{z}\right)$

C. $\log\left(\frac{x^2}{y^3 \sqrt{z}}\right)$

D. $\log(x^2 - \sqrt{z} + y^3)$

RAS 8

29. Étant donné que $\log_3 a = 6$ et que $\log_3 b = 5$, déterminez la valeur de $\log_3(9ab^2)$.

Solution possible : $\log_3 9 + \log_3 a + 2 \log_3 b = 2 + 6 + 2(5) = 18$

Solution possible : $3^6 = a$ et $3^5 = b$

$$\log_3(3^2 \times 3^6 \times (3^5)^2)$$

$$\log_3(3^2 \times 3^6 \times 3^{10})$$

$$\log_3 3^{18}$$

$$18$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 30.

Voici les étapes de la simplification d'une expression logarithmique effectuée par un élève, où $a > 1$.

Étape 1 $2 \log_a x^4 - 3 \log_a x^2 + 4 \log_a x^3$

Étape 2 $\log_a x^8 - \log_a x^6 + \log_a x^{12}$

Étape 3 $\log_a \left(\frac{x^8}{x^6 \times x^{12}} \right)$

Étape 4 $\log_a \left(\frac{x^8}{x^{18}} \right)$

Étape 5 $\log_a x^{10}$

RAS 8

30. L'élève a fait sa **première** erreur à l'étape

- A. 2
- *B. 3
- C. 4
- D. 5

RAS 9

31. L'équation de l'asymptote pour le graphique de $y = \log_b(x - 3) + 2$, où $b > 1$, est

- A. $y = 2$
- B. $y = -2$
- *C. $x = 3$
- D. $x = -3$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 32.

Une élève a tracé les graphiques de $f(x) = \log_a(x + 3) - 7$ et $g(x) = a^{(x-2)} + 5$, où $a > 1$, sur un plan cartésien. Elle a aussi indiqué les asymptotes des deux graphiques à l'aide de lignes pointillées.

RAS 9 32. Le point d'intersection des deux lignes pointillées se trouvera à

- A. (3, 5)
- *B. (-3, 5)
- C. (2, -7)
- D. (-2, -7)

NE 33. Le domaine du graphique de $y = \log_b(3x + 12)$, où $b > 1$, est

RAS 9

- *A. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -4\}$
- B. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$
- C. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -12\}$
- D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 12\}$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné que la valeur b ne provient pas de la factorisation du binôme.

RAS 9 34. L'ordonnée à l'origine du graphique de $f(x) = a^{(x+1)} + b$, où $a > 0$ et $a \neq 1$, est

- A. a
- B. b
- C. $1 + b$
- *D. $a + b$

RAS 10 35. La solution de l'équation $8^{(3x+4)} = 4^{(x-9)}$ est

A. $\frac{-13}{2}$

*B. $\frac{-30}{7}$

C. $\frac{-17}{5}$

D. $\frac{-22}{7}$

Réponse numérique

NE 36. En résolvant algébriquement l'équation $3^{(2x+1)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{(x-3)}$, la solution, au centième près, est _____.

RAS 10

Solution : 0,98

$$3^{(2x+1)} = 5^{(-x+3)}$$

$$(2x+1)\log 3 = (-x+3)\log 5$$

$$2x \log 3 + \log 3 = -x \log 5 + 3 \log 5$$

$$2x \log 3 + x \log 5 = 3 \log 5 - \log 3$$

$$x(2 \log 3 + \log 5) = 3 \log 5 - \log 3$$

$$x = \frac{3 \log 5 - \log 3}{2 \log 3 + \log 5}$$

$$x = 0,97978\dots$$

$$x \approx 0,98$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné que les puissances n'ont pas de base commune et que les exposants ne sont pas des monômes.

NE37. Résolvez algébriquement $\log_7(x + 1) + \log_7(x - 5) = 1$.**RAS 10****Solution possible :** $\log_7(x + 1) + \log_7(x - 5) = 1$

$$\log_7(x^2 - 4x - 5) = 1$$

$$7 = x^2 - 4x - 5$$

$$0 = x^2 - 4x - 12$$

$$0 = (x - 6)(x + 2)$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -2$$

$x = -2$ est une racine étrangère

$$\therefore x = 6$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE si on demande aux élèves de reconnaître qu'une solution comprend une racine étrangère.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 38.

L'intensité des tremblements de terre est donnée par la formule $I = I_0 \times 10^M$, où I_0 est l'intensité de référence et M est la magnitude. Un tremblement de terre mesurant 5,3 sur l'échelle de Richter est 125 fois plus intense qu'un deuxième tremblement de terre.

Réponse numérique

NE

38. Sur l'échelle de Richter, la mesure du deuxième tremblement de terre, au dixième près, est _____.

RAS 10**Solution :** 3,2

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \times 10^{5,3}}{I_0 \times 10^x}$$

$$125 = 10^{5,3-x}$$

$$5,3 - x = \log_{10}125$$

$$x = 5,3 - \log_{10}125$$

$$x \approx 3,2$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle demande de trouver la valeur d'un exposant dans un problème de comparaison.

NE

39. Au 1^{er} janvier 2008, une ville donnée avait une population de 15 000 habitants. Si la population de cette ville était de 32 450 au 1^{er} janvier 2016, quel est le taux de croissance annuel moyen de la population?

RAS 10

- A. 0,1 %
- B. 1,1 %
- *C. 10 %
- D. 110 %

RAS 10

40. Jordan a besoin de 6 000 \$ pour emmener sa famille en voyage. Il peut faire un placement qui rapporte un taux d'intérêt composé semi-annuellement de 8 % par an. Combien Jordan devrait-il placer maintenant, au dollar près, pour avoir suffisamment d'argent afin de partir en voyage avec sa famille dans 3 ans?

Solution possible : $y = ab^{\frac{t}{p}}$

$$6\,000 = a(1,04)^{\frac{3}{1/2}}$$

$$a = 4\,741,887\,15\dots$$

Jordan devrait placer 4 742 \$ maintenant.

41. Exprimez les polynômes suivants sous forme factorisée.

a) $P(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$

Solution possible : $P(2) = 2^3 - 2^2 - 8(2) + 12 = 0 \rightarrow (x - 2)$ est un facteur

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -2 & 1 & -1 & -8 & 12 \\
 & \downarrow & -2 & -2 & 12 \\
 \hline
 & 1 & 1 & -6 & 0
 \end{array}$$

$$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$$

$$\therefore P(x) = (x - 2)^2(x + 3)$$

b) $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 17x^2 - 27x - 9$

Solution possible : $P(-1) = 2(-1)^4 + 3(-1)^3 - 17(-1)^2 - 27(-1) - 9 = 0 \rightarrow (x + 1)$ est un facteur

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 1 & 2 & 3 & -17 & -27 & -9 \\
 & \downarrow & 2 & 1 & -18 & -9 \\
 \hline
 & 2 & 1 & -18 & -9 & 0
 \end{array}$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 18x - 9$$

$Q(3) = 2(3)^3 + 3^2 - 18(3) - 9 = 0 \rightarrow (x - 3)$ est un facteur

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -3 & 2 & 1 & -18 & -9 \\
 & \downarrow & -6 & -21 & -9 \\
 \hline
 & 2 & 7 & 3 & 0
 \end{array}$$

$$2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$$

$$\therefore P(x) = (x + 1)(x - 3)(2x + 1)(x + 3)$$

RAS 11 42. La fonction polynomiale $P(x) = 4x^4 - x^3 - 8x^2 - 40$ a un facteur linéaire de $x + 2$.

Le facteur cubique restant est

- A. $4x^3 + 7x^2 + 6x - 20$
- B. $4x^3 + 7x^2 + 6x + 12$
- *C. $4x^3 - 9x^2 + 10x - 20$
- D. $4x^3 - 9x^2 + 10x - 60$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 43.

Le binôme $x + 2$ est un facteur de $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx + 4$.

Réponse numérique

RAS 11 43. La valeur de k est _____.

Solution : $f(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + k(-2) + 4$

$$0 = -2k + 8$$

$$k = 4$$

RAS 11 44. Si $P(x)$ est une fonction polynomiale où $P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$ et $P(0) = 12$, on peut conclure que
RAS 12 _____ *i* _____ est un facteur de $P(x)$ et que _____ *ii* _____ est le terme constant dans l'équation de $P(x)$.

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	<i>i</i>	<i>ii</i>
A.	$(3x - 2)$	12
*B.	$(3x + 2)$	12
C.	$(3x - 2)$	-12
D.	$(3x + 2)$	-12

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 45.

On peut écrire les zéros de $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 10x + 3$ sous la forme $x = m$ et $x = \frac{n \pm \sqrt{p}}{4}$,
où m, n et $p \in \mathbb{Z}$.

Réponse numérique

RAS 11 45. La valeur de p est _____ .

Solution : 17

Si $x = 3$, on peut conclure que

$$\begin{aligned} P(3) &= 2(3)^3 - 3(3)^2 - 10(3) + 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Par conséquent, $(x - 3)$ est un facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & -3 & -10 & 3 \\ & \downarrow & -6 & -9 & 3 \\ \hline & 2 & 3 & -1 & 0 \end{array}$$

Étant donné que le facteur restant $(2x^2 + 3x - 1)$ ne peut pas être décomposé, utilisez la formule quadratique pour déterminer les racines restantes.

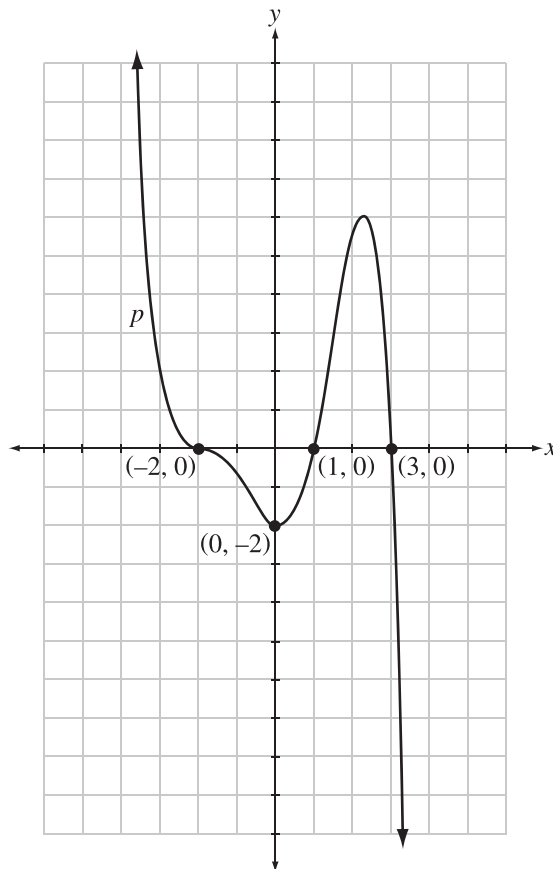
$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

La valeur de p est 17.

RAS 12

46. Tracez le graphique d'une fonction polynomiale du cinquième degré avec un zéro réel de multiplicité 3 et un coefficient dominant négatif.

Solution possible :



RAS 12 47. Étant donné la fonction $y = \frac{1}{4}(x - 2)(2x + 5)(x + 4)^2$:

a) Tracez avec précision le graphique et indiquez tous les points significatifs.

Solution possible :

Points significatifs :

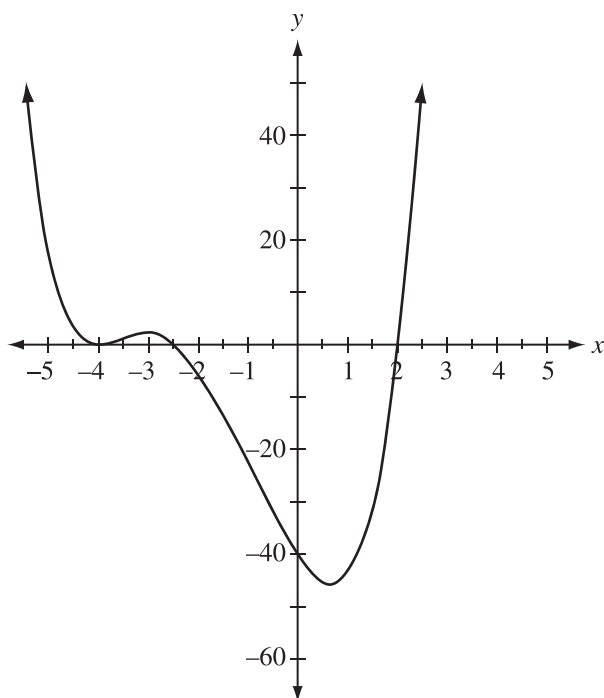
Les abscisses à l'origine sont en

$$x = 2, \quad x = -\frac{5}{2} \text{ et } x = -4.$$

L'ordonnée à l'origine est en

$$y = -40.$$

En utilisant la technologie, le minimum est approximativement à $-45,976$ quand $x = 0,659$.



b) Énoncez le domaine et l'image.

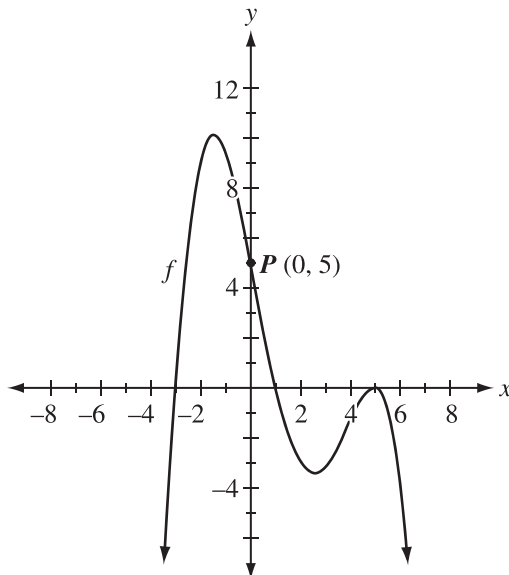
Solution possible : Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$ et image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -45,976\}$

c) Déterminez les zéros de la fonction.

Solution possible : Les zéros sont $x = 2$, $x = -\frac{5}{2}$ et $x = -4$ (de multiplicité 2).

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 48.

Voici le graphique de la fonction polynomiale $y = f(x)$. On peut écrire l'équation de ce graphique sous la forme $y = -\frac{1}{a}(x - 1)(x + b)(x - c)^2$.



Réponse numérique

RAS 12 48. La valeur de a est _____.

Solution : 15

Puisque les zéros de la fonction sont -3 , 1 et 5 (multiplicité 2), l'équation qui représente cette fonction est $f(x) = \frac{-1}{a}(x + 3)(x - 1)(x - 5)^2$. Utilisez l'ordonnée à l'origine $(0, 5)$ pour trouver le coefficient dominant.

$$5 = \frac{-1}{a}(0 + 3)(0 - 1)(0 - 5)^2$$

$$5 = \frac{-1}{a}(-75)$$

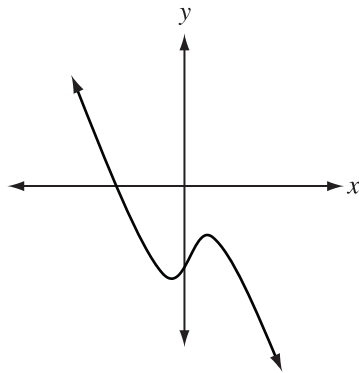
$$-\frac{1}{15} = \frac{-1}{a}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{15}(x + 3)(x - 1)(x - 5)^2$$

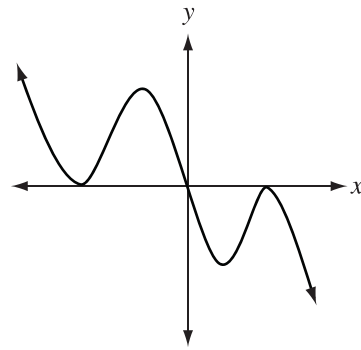
Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 49.

Voici les graphiques de quatre fonctions polynomiales.

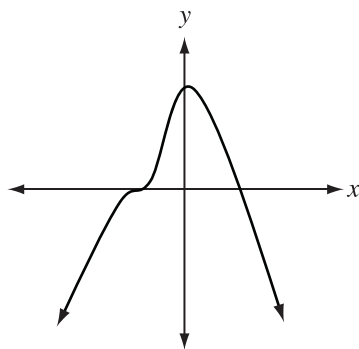
Graphique 1



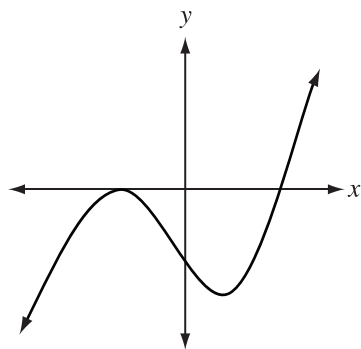
Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4



Réponse numérique

RAS 12

49. Associez trois des graphiques numérotés ci-dessus à un énoncé qui décrit le mieux la fonction du graphique.

Le graphique dont la fonction a un coefficient dominant positif est le graphique numéro _____.

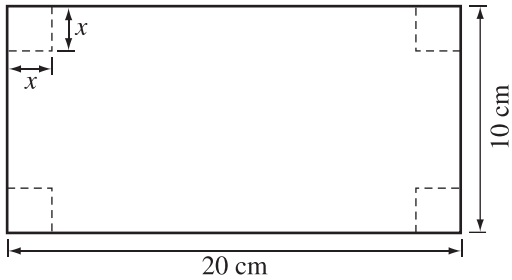
Le graphique d'une fonction qui a deux zéros distincts, chacun de multiplicité 2, est le graphique numéro _____.

Le graphique qui pourrait être une fonction de 4^e degré est le graphique numéro _____.

Solution : 423

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 50.

On crée une boîte sans couvercle en découpant quatre carrés de longueur de côté x dans chaque coin d'une feuille de métal rectangulaire de 10 cm sur 20 cm.



NE

50. En utilisant l'information donnée, suivez les instructions ci-dessous.

RAS 12

a) Trouvez une expression qui représente le volume de la boîte.

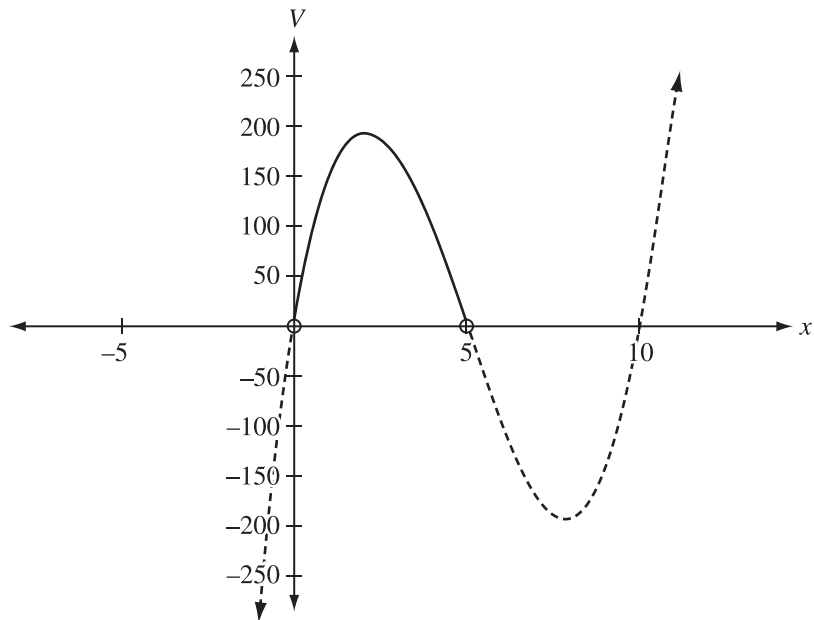
Solution possible : $V = x(10 - 2x)(20 - 2x)$

b) Tracez le graphique de la fonction et énoncez la restriction liée au domaine.

Solution possible :

Où $0 < x < 5$

Étant donné que le volume doit être positif et qu'une dimension de la feuille est de 10 cm, la valeur de x ne peut pas dépasser 5 cm.



c) Trouvez la valeur de x , au centième de centimètre près, qui donne le volume maximal.

Solution possible : En utilisant la technologie, le volume est un maximum quand $x \approx 2,11$ cm.

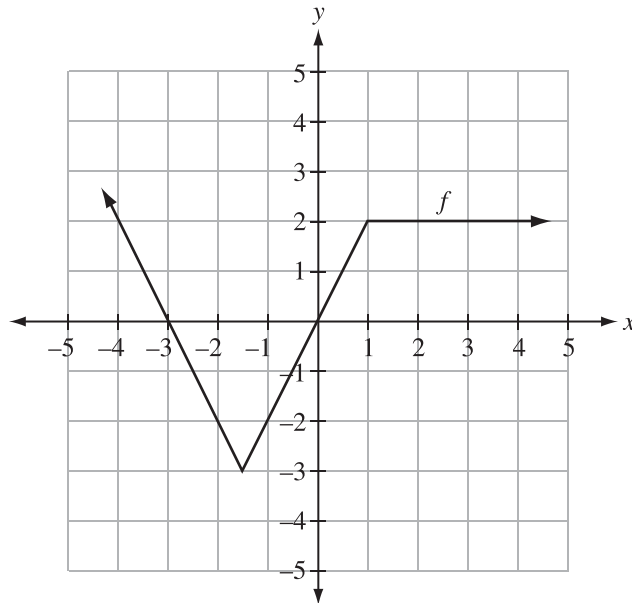
d) Quel est le volume maximal de la boîte, au centimètre cube près?

Solution possible : En utilisant la technologie, le volume maximal de la boîte est d'environ 192 cm^3 .

À noter : Cette question s'adresse à la NE vu qu'elle nécessite une solution complète à un problème en modélisant une situation donnée comportant une fonction polynomiale.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 51.

Voici le graphique de la fonction $y = f(x)$.



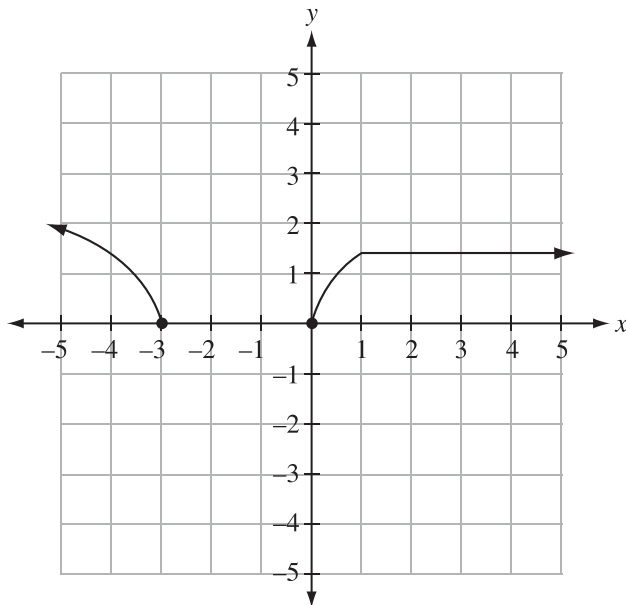
RAS 13

51. Tracez le graphique de $y = \sqrt{f(x)}$ et énoncez le domaine et l'image.

Solution possible :

Domaine : $]-\infty, -3]$ ou $[0, \infty[$

Image : $[0, \infty[$



Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 52.

Le graphique de la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ subit des transformations et devient $y = \sqrt{f(x)}$.
Les points invariants du graphique se trouvent à (a, b) et (c, d) .

Réponse numérique

RAS 13 52. Les valeurs de a , b , c et d sont respectivement _____, _____, _____ et _____.

Solution : 6081 ou 8160

Quand $y = f(x)$ est transformé en $y = \sqrt{f(x)}$, les points invariants se trouvent où $f(x) = 0$ et $f(x) = 1$.

∴ Les coordonnées des points invariants sont $(6, 0)$ et $(8, 1)$.

Réponse numérique

RAS 13 53. Pour la fonction $f(x) = -2\sqrt{x+4} + 3$, l'abscisse à l'origine est égale à $-k$. La valeur de k , au centième près, est _____.

Solution : La valeur de k est 1,75.

54. Tracez le graphique des fonctions ci-dessous. Énoncez les caractéristiques suivantes pour chacune de ces fonctions : le domaine, l'abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine et les équations des asymptotes verticales.

a) $y = \frac{3x}{x^2 + 2x - 8}$

Solution possible :

$$y = \frac{3x}{(x + 4)(x - 2)}$$

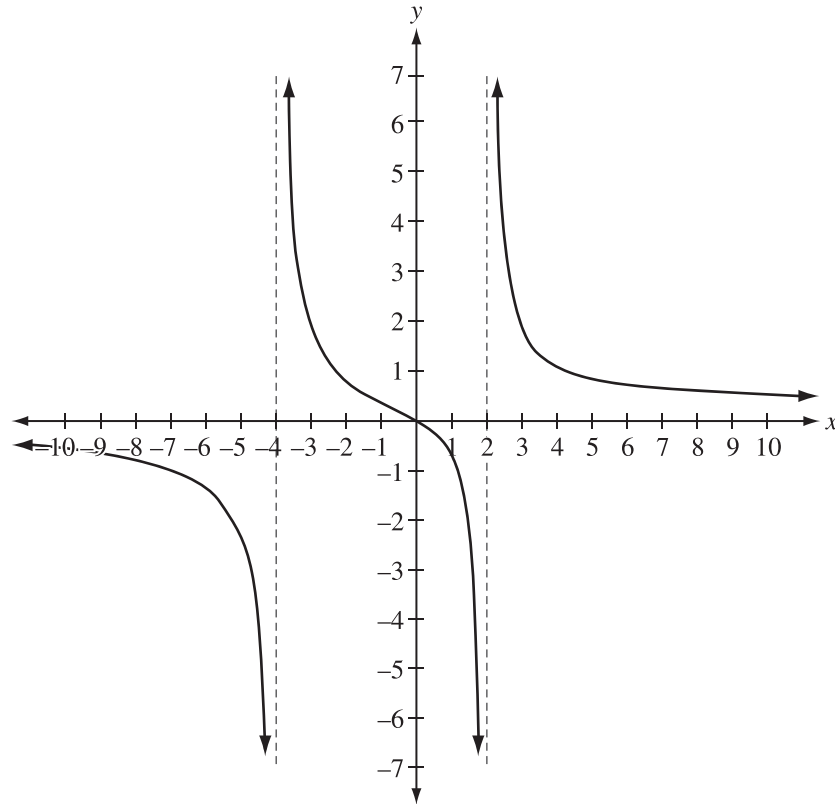
Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -4 \text{ et } x \neq 2\}$

Abscisse à l'origine : 0

Ordonnée à l'origine : 0

Équations des asymptotes
verticales :

$x = -4$ et $x = 2$



b) $y = \frac{x+3}{x^2-9}$

Solution possible :

$$y = \frac{x+3}{(x+3)(x-3)}$$

$$y = \frac{1}{x-3}$$

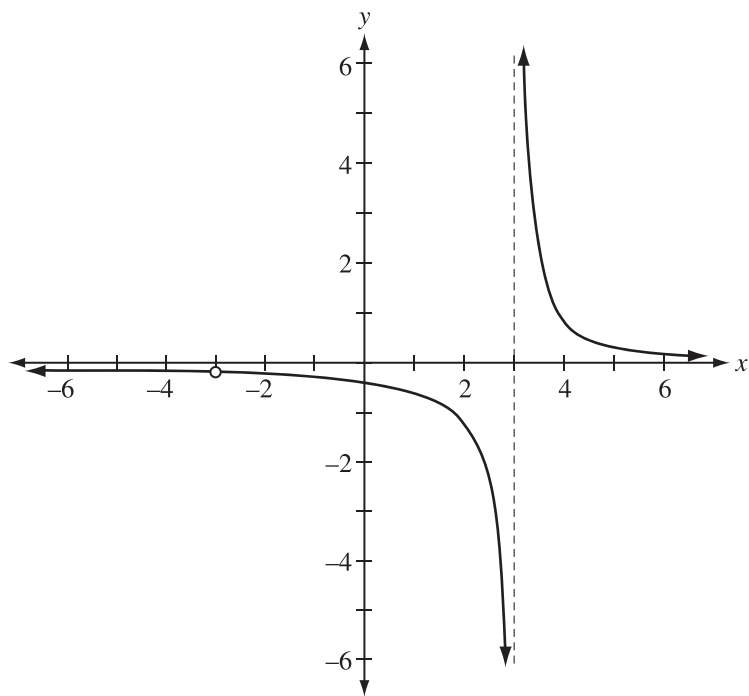
Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm 3\}$

Aucune abscisse à l'origine

Ordonnée à l'origine : $-\frac{1}{3}$

Équation de l'asymptote
verticale : $x = 3$

Il y a un point de
discontinuité en $x = -3$.



- 55.** Si $f(x) = \frac{x+6}{x+2}$, l'équation de l'asymptote verticale est numérotée _____ et l'équation de l'asymptote horizontale est numérotée _____.

Utilisez le code suivant pour compléter la phrase ci-dessus.

Équations possibles

- 1 $x = -4$
- 2 $x = -2$
- 3 $x = 2$
- 4 $x = 4$
- 5 $y = -1$
- 6 $y = 0$
- 7 $y = 1$

Solution possible : 27

$$f(x) = \frac{x+6}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{x+2+4}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x+2} + \frac{4}{x+2}$$

$$f(x) = 1 + \frac{4}{x+2} \text{ ou } f(x) = \frac{4}{x+2} + 1$$

Quand on le compare au graphique de $y = \frac{1}{x}$, le graphique de $y = f(x)$ a subi un étirement vertical par un facteur de 4 par rapport à l'axe des x et une translation de 2 unités vers la gauche et d'1 unité vers le haut. Donc, l'asymptote verticale se trouvera en $x = -2$ et l'asymptote horizontale se trouvera en $y = 1$.

NE

56. Déterminez les coordonnées du point de discontinuité du graphique de $f(x) = \frac{2x^2 - 15x + 7}{x - 7}$.

RAS 14

Solution possible : $f(x) = \frac{(2x - 1)(x - 7)}{x - 7}$

Il y a un point de discontinuité quand $x = 7$.

$$\therefore f(x) = 2x - 1, \text{ pour } x \neq 7$$

$$y = 2(7) - 1$$

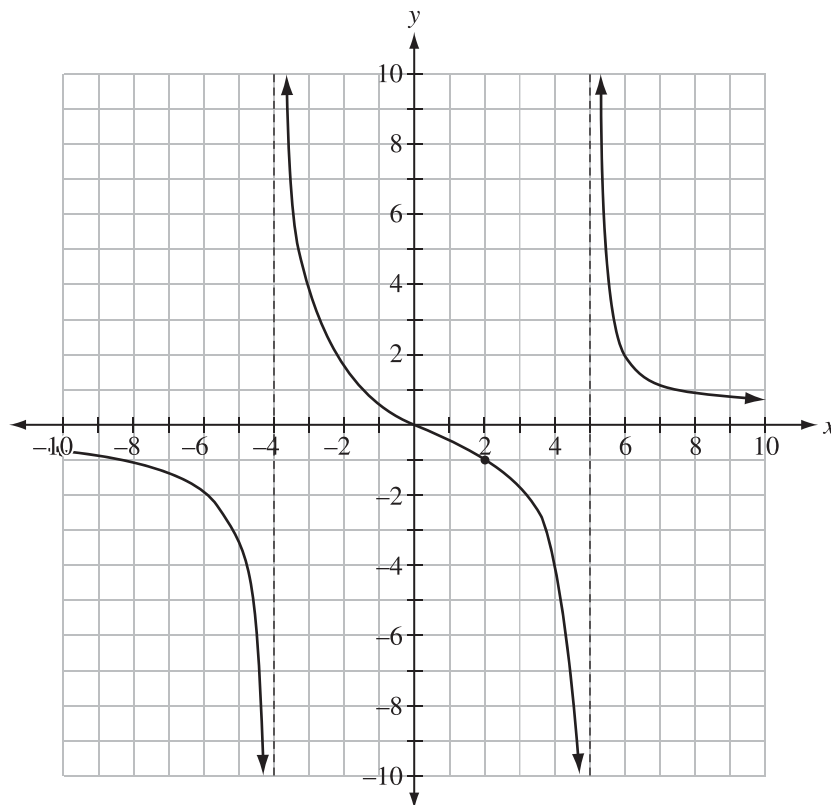
$$y = 13$$

Donc, le point de discontinuité se trouve à (7, 13).

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle nécessite l'ordonnée du point de discontinuité.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 57.

On peut exprimer le graphique de la fonction ci-dessous sous la forme $f(x) = \frac{ax}{x^2 - bx - c}$, où $f(2) = -1$.



Réponse numérique

RAS 14 57. Les valeurs de a , b et c sont _____, _____ et _____.

Solution possible : 9120

Puisque les asymptotes verticales se trouvent en $x = -4$ et $x = 5$, alors

$$y = \frac{ax}{(x + 4)(x - 5)}$$

En utilisant le point $(2, -1)$, $-1 = \frac{a(2)}{(2 + 4)(2 - 5)}$

$$18 = 2a$$

$$9 = a$$

$$\therefore y = \frac{9x}{x^2 - x - 20}$$

Trigonométrie

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement trigonométrique.

Remarques générales :

- Les élèves doivent distinguer entre « valeur exacte » et « valeur approximative » dans les problèmes.
- Les élèves devraient pouvoir exprimer les réponses en valeur exacte à l'aide d'un dénominateur rationalisé ou non rationalisé.
- Les élèves devraient être en mesure d'effectuer, d'analyser et de décrire des transformations de fonctions sinusoïdales.
- Quand c'est nécessaire, la technologie pourrait inclure l'utilisation de calculatrices graphiques, d'applications graphiques informatiques et d'applets.
- Le domaine restreint n'est pas uniquement $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ou $0 \leq \theta < 2\pi$; par exemple, $-\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Démontrer une compréhension des angles en position standard exprimés en degrés et en radians.
[CE, L, R, V]

Remarque :

- La compréhension de la mesure en radians comme étant $\theta = \frac{a}{r}$ fait partie de ce résultat d'apprentissage.

(Voir les exemples 1-6 et 14.)

Résultat d'apprentissage spécifique 2

Développer et appliquer l'équation du cercle unitaire. [L, R, V]

Remarque :

- L'objectif de ce résultat d'apprentissage est d'approfondir la compréhension des liens entre l'équation du cercle unitaire, les coordonnées des points qui sont situés sur la circonférence du cercle, et les rapports trigonométriques.

(Voir les exemples 6-9.)

Résultat d'apprentissage spécifique 3

Résoudre des problèmes à l'aide des six rapports trigonométriques d'angles exprimés en radians et en degrés. [CE, R, RP, T, V] [TIC : C6-4.1]

(Voir les exemples 9-14 et 32.)

Résultat d'apprentissage spécifique 4

Représenter graphiquement et analyser les fonctions trigonométriques sinus, cosinus et tangente pour résoudre des problèmes. [L, RP, T, V] [TIC : C6-4.1; C6-4.3]

Remarques :

- Les élèves devraient écrire la fonction sinusoïdale sous la forme $y = a \sin[b(x - c)] + d$ ou $y = a \cos[b(x - c)] + d$.
- Les transformations de graphiques de tangentes dépassent la portée de ce résultat d'apprentissage.
- Tracer le graphique de fonctions trigonométriques inverses dépasse la portée de ce résultat d'apprentissage.
- L'analyse des caractéristiques d'une fonction sinusoïdale comprend entre autres : déterminer et décrire l'amplitude, la période, le déphasage horizontal, le déplacement vertical, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image.
- L'analyse des caractéristiques d'une fonction tangente comprend entre autres : déterminer et décrire la période, les asymptotes, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image.

(Voir les exemples 15-20.)

Résultat d'apprentissage spécifique 5

Résoudre, algébriquement et graphiquement, des équations trigonométriques du premier et du second degré dont le domaine est exprimé en degrés et en radians. [L, R, RP, T, V]
[TIC : C6-4.1; C6-4.4]

Remarques :

- La résolution d'équations à l'aide de substitutions d'identités trigonométriques uniques devrait être limitée aux identités inverses, aux identités des quotients, aux identités de Pythagore, aux identités d'angle double et aux identités de la somme ou de la différence.
- La résolution algébrique d'une équation ayant un angle double ne sera abordée que par substitution d'identités entraînant l'élimination de l'identité d'angle double. Toutes les autres équations d'angle multiple dépassent la portée de ce résultat d'apprentissage.

(Voir les exemples 12 et 21-26.)

Résultat d'apprentissage spécifique 6

Démontrer des identités trigonométriques, y compris :

- les identités inverses
- les identités des quotients
- les identités de Pythagore
- les identités de la somme ou de la différence (se limitant au sinus, au cosinus et à la tangente)
- les identités de l'angle double (se limitant au sinus, au cosinus et à la tangente) **[R, T, V]**

[TIC : C6-4.1; C6-4.4]

Remarque :

- Les élèves devraient comprendre que la démonstration d'une identité diffère de la résolution d'une équation.

(Voir les exemples 27-32.)

Résultats d'apprentissage spécifiques	Norme acceptable	Norme d'excellence
RAS 1	<p>L'élève peut :</p> <ul style="list-style-type: none"> résoudre des problèmes qui comportent la mesure d'un angle exprimée en radians comme étant le rapport de la longueur de l'arc par laquelle l'angle est sous-tendu au rayon du cercle convertir de radians en degrés et vice versa résoudre des problèmes qui comportent la longueur de l'arc, la mesure du rayon et de l'angle en radians ou en degrés déterminer la mesure, en degrés ou en radians, de tous les angles qui sont coterminaux à un angle en position standard dans un domaine donné 	<p>L'élève peut aussi :</p> <ul style="list-style-type: none"> résoudre des problèmes à plusieurs étapes à partir de la relation $\theta = \frac{a}{r}$ (la conversion d'angles et les calculs qui comportent le rayon et le diamètre ne sont pas considérés comme des étapes)
RAS 2	<ul style="list-style-type: none"> déterminer la coordonnée manquante d'un point $P(x, y)$ qui se trouve sur le cercle unitaire 	
RAS 3	<ul style="list-style-type: none"> trouver les valeurs approximatives des rapports trigonométriques pour des angles θ, où $\theta \in R$ trouver les valeurs exactes ou approximatives des rapports trigonométriques pour des angles spéciaux θ, où $\theta \in R$ déterminer les valeurs exactes de tous les rapports trigonométriques, étant donné la valeur d'un rapport trigonométrique sur un domaine restreint ou les coordonnées d'un point sur le côté terminal d'un angle en position standard déterminer les mesures des angles θ, en degrés ou en radians, étant donné la valeur d'un rapport trigonométrique, où $0 \leq \theta < 2\pi$ ou $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$, ou étant donné un point sur le côté terminal d'un angle en position standard 	

<p>RAS 4</p>	<ul style="list-style-type: none"> • esquisser les graphiques de $y = \sin x$, $y = \cos x$, and $y = \tan x$, et analyser les caractéristiques du graphique • décrire les caractéristiques de fonctions sinusoïdales de la forme $y = a \sin[b(x - c)] + d$ et $y = a \cos[b(x - c)] + d$, et esquisser leur graphique • donner des explications partielles des liens entre les paramètres d'une équation et les transformations de fonctions sinusoïdales • déterminer une équation pour une courbe sinusoïdale, déterminer 1, 2 ou 3 paramètres étant donné le graphique, les caractéristiques ou bien une situation de la vie réelle • fournir une explication partielle des liens entre les caractéristiques du graphique d'une fonction trigonométrique et les conditions d'une situation contextuelle 	<ul style="list-style-type: none"> • décrire les caractéristiques de fonctions sinusoïdales dont le paramètre b doit être factorisé et esquisser leur graphique • donner des explications complètes des liens entre les paramètres d'une équation et les transformations de fonctions sinusoïdales • déterminer l'équation complète pour une courbe sinusoïdale, en trouvant les 4 paramètres, étant donné le graphique, les caractéristiques ou bien une situation de la vie réelle • fournir une explication complète des liens entre les caractéristiques du graphique d'une fonction trigonométrique et les conditions d'une situation contextuelle
<p>RAS 5</p>	<ul style="list-style-type: none"> • étant donné une équation trigonométrique, identifier les restrictions s'appliquant à l'équation ou aux valeurs non permises de la variable dans le domaine $0 \leq \theta < 2\pi$ ou $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ • déterminer, dans un domaine restreint, la solution graphique d'une équation trigonométrique • déterminer algébriquement l'ensemble de solutions d'équations trigonométriques du premier degré dans un domaine restreint ou la solution générale • dans un domaine restreint à l'intérieur de $0 \leq \theta < 2\pi$ ou $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$, déterminer algébriquement l'ensemble de solutions d'équations trigonométriques du second degré 	<ul style="list-style-type: none"> • étant donné une équation trigonométrique, identifier les restrictions s'appliquant à l'équation ou aux valeurs non permises de la variable dans le domaine $\theta \in R$ • dans un domaine restreint à l'extérieur de $0 \leq \theta < 2\pi$ ou $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$, déterminer algébriquement l'ensemble de solutions d'équations trigonométriques du second degré • déterminer algébriquement, dans un domaine restreint, l'ensemble de solutions d'équations trigonométriques qui comportent des substitutions d'identités de la somme et de la différence, de l'angle double, ou de Pythagore

		<ul style="list-style-type: none"> déterminer la solution générale <ul style="list-style-type: none"> d'équations trigonométriques du second degré d'équations trigonométriques qui comportent des substitutions d'identités de la somme et de la différence, de l'angle double, ou de Pythagore
RAS 6	<ul style="list-style-type: none"> expliquer la différence entre une identité trigonométrique et une équation trigonométrique expliquer la différence entre la vérification d'une identité pour une valeur donnée et la démonstration d'une identité pour toutes les valeurs permises vérifier une identité trigonométrique graphiquement ou numériquement pour une valeur donnée simplifier et démontrer algébriquement des identités simples, et reconnaître qu'il peut y avoir des valeurs non permises déterminer la valeur exacte d'un rapport trigonométrique en utilisant les identités de la somme, de la différence et de l'angle double du sinus et du cosinus 	<ul style="list-style-type: none"> déterminer les valeurs non permises d'une identité trigonométrique simplifier et démontrer algébriquement des identités d'une difficulté accrue qui incluent des identités de la somme et de la différence, des identités de l'angle double, de la multiplication par le conjugué, ou l'usage intensif d'opérations rationnelles déterminer la valeur exacte d'un rapport trigonométrique en utilisant les identités de la somme, de la différence et de l'angle double de la tangente
RAS 1-RAS 6	<ul style="list-style-type: none"> participer et contribuer au processus de résolution de problèmes qui requièrent l'analyse de la trigonométrie étudiée en Mathématiques 30–1 	<ul style="list-style-type: none"> trouver la solution de problèmes qui requièrent l'analyse de la trigonométrie étudiée en Mathématiques 30–1

Exemples

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de l'indication **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

À noter : Dans les questions à choix multiple qui suivent, l'astérisque () indique la bonne réponse. Veuillez noter que les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables.*

RAS 1

1. Un angle en radians qui est coterminal à 30° est

A. $-\frac{5\pi}{6}$

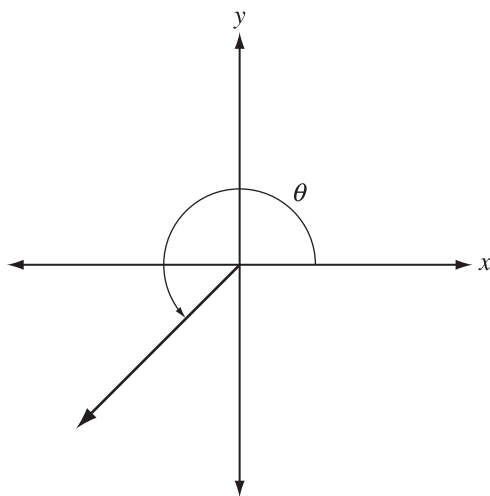
B. $-\frac{13\pi}{6}$

C. $\frac{7\pi}{6}$

*D. $\frac{25\pi}{6}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 2.

Voici un angle θ en position standard.



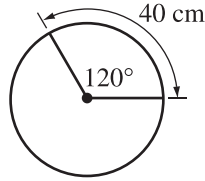
RAS 1

2. La meilleure estimation de l'angle de rotation θ est de

- A. 1,25 radian
- B. 3,12 radians
- *C. 4,01 radians
- D. 5,38 radians

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 3.

On donne à Mary le diagramme ci-dessous, illustrant un angle de rotation de 120° . La longueur de l'arc est de 40 cm.



- Énoncé 1** Le rayon du cercle, au centimètre près, est de 19 cm.
- Énoncé 2** Un angle de rotation équivalent est de $\frac{4\pi}{3}$.
- Énoncé 3** Si la longueur de l'arc de ce cercle devient 80 cm, l'angle au centre doit être de 240° .
- Énoncé 4** Mary peut déterminer le rayon du cercle en divisant l'angle donné par la longueur de l'arc.

Réponse numérique

RAS 1

- 3.** Les deux énoncés ci-dessus qui sont vrais sont numérotés _____ et _____.

Solution : 13 ou 31

Énoncé 1 : Vrai

$$\theta = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{40}{\left(120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}\right)}$$

$$r \approx 19 \text{ cm}$$

Énoncé 2 : Faux

$$120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$

Énoncé 3 : Vrai

$$\theta = \frac{a}{r}$$

$$\theta = \frac{80}{19} \times \frac{180^\circ}{\pi}$$

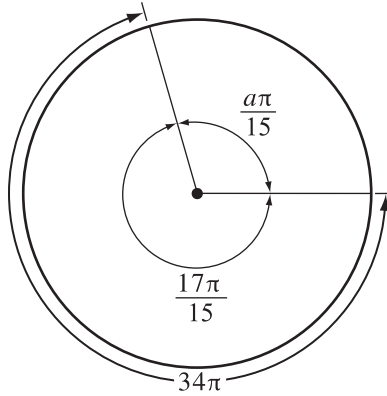
$$\theta = 240^\circ$$

Énoncé 4 : Faux

Le rayon d'un cercle est déterminé en divisant la longueur de l'arc par l'angle donné.

Utilisez l'information suivante pour répondre aux questions à réponse numérique 4 et 5.

Voici un cercle ayant un rayon r , une longueur d'arc de 34π , et deux angles au centre de $\frac{a\pi}{15}$ et $\frac{17\pi}{15}$.



Réponse numérique

RAS 1

4. Pour l'angle $\frac{a\pi}{15}$, la valeur de a est _____.

Solution : 13

$$\frac{a\pi}{15} + \frac{17\pi}{15} = 2\pi$$

$$\frac{a\pi}{15} = 2\pi - \frac{17\pi}{15}$$

$$\frac{a\pi}{15} = \frac{13\pi}{15}$$

Donc, $a = 13$.

Réponse numérique

RAS 1

5. La longueur du rayon, r , du cercle, au nombre naturel près, est _____.

Solution : 30

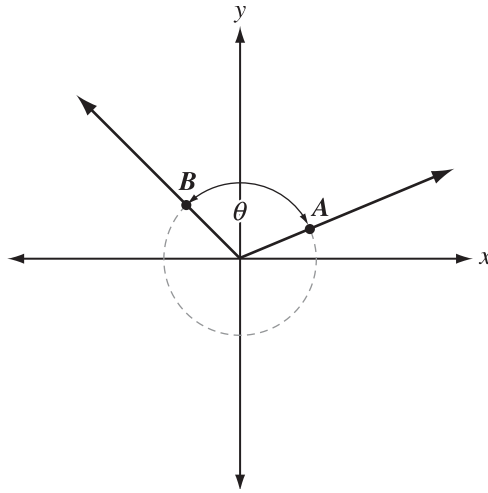
$$\theta = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{34\pi}{\frac{17\pi}{15}}$$

Donc, $r = 30$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 6.

Le point $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ et le point $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ sont situés sur le côté terminal de deux angles différents en position standard sur le cercle. L'angle θ , où $0 < \theta < \pi$, peut s'exprimer sous la forme $\frac{m\pi}{n}$.



RAS 1
RAS 2

Réponse numérique

6. Les valeurs de m et n sont respectivement _____ et _____.

Solution : En position standard, le côté terminal de $\frac{\pi}{6}$ passe par le point $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ et le côté terminal de l'angle $\frac{3\pi}{4}$ passe par le point $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

$$\theta = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = \frac{7\pi}{12}$$

$$m = 7 \text{ et } n = 12$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

Le point $P(0,2 ; k)$ se trouve sur un cercle ayant un centre à $(0, 0)$ et un rayon de 1. La valeur exacte de k peut s'exprimer sous la forme $\pm\sqrt{b}$.

Réponse numérique

RAS 2 7. La valeur de b , au centième près, est _____.

Solution : 0,96

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= r^2 \\(0,2)^2 + k^2 &= (1)^2 \\k &= \pm\sqrt{0,96} \\b &= 0,96\end{aligned}$$

RAS 2 8. Le côté terminal de θ , tracé en position standard, contient le point $P(x, y)$ où P se trouve sur le cercle unitaire. Si $\sin \theta = \frac{7}{10}$ et que $\tan \theta < 0$, quelle est la valeur de x ?

- *A. $-\frac{\sqrt{51}}{10}$
- B. $\frac{\sqrt{51}}{10}$
- C. $\frac{3}{10}$
- D. $-\frac{3}{10}$

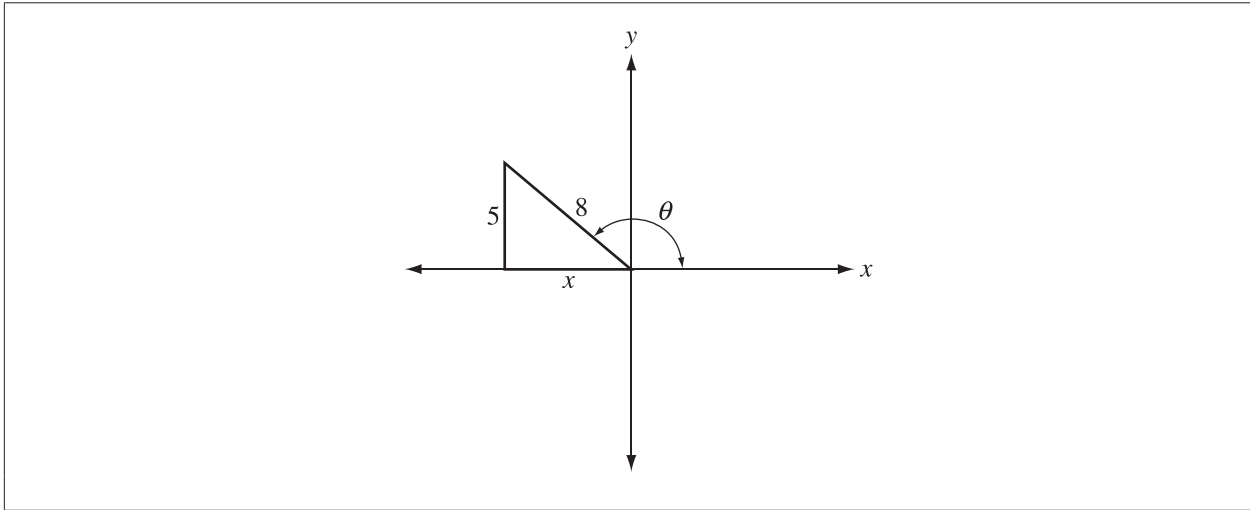
RAS 2
RAS 3 9. Dans un cercle unitaire, le point $P\left(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$ se trouve sur le côté terminal de l'angle θ en position standard.

Quelles sont les valeurs exactes des 6 rapports trigonométriques pour l'angle θ ?

Solution possible : Puisque le point P est situé sur le cercle unitaire, l'abscisse est le rapport du cosinus, l'ordonnée est le rapport du sinus et $\frac{y}{x}$ est le rapport de la tangente.

$$\therefore \sin \theta = \frac{12}{13}; \cos \theta = -\frac{5}{13}; \tan \theta = -\frac{12}{5}; \operatorname{cosec} \theta = \frac{13}{12}; \sec \theta = -\frac{13}{5}; \cotan \theta = -\frac{5}{12}$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 10.



RAS 3 10. Étant donné que $\operatorname{cosec} \theta = \frac{8}{5}$, où $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, déterminez la valeur **exacte** de $\tan \theta$.

Solution possible : $x^2 + (5)^2 = 8^2$

$$x^2 = 39$$

$$x = \pm\sqrt{39}$$

Puisque θ est un angle qui se trouve dans le deuxième quadrant, $x = -\sqrt{39}$.

$$\text{Donc, } \tan \theta = -\frac{5}{\sqrt{39}} \text{ ou } \tan \theta = -\frac{5\sqrt{39}}{39}.$$

RAS 3 11. La valeur **exacte** de $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ est

*A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

RAS 3
RAS 5

12. Si $\tan \theta = \frac{5}{2}$, où $0 \leq \theta < 2\pi$, la plus grande valeur positive de θ , au dixième près, est _____ rad.

Solution possible : $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{2}\right)$

$$\theta \approx 1,19$$

La tangente est positive dans les quadrants I et III; par conséquent, la plus grande valeur positive de l'angle dans le domaine donné est :

$$\theta = \pi + 1,19$$

$$\theta \approx 4,3$$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 13.

Chacun des rapports trigonométriques énumérés ci-dessous est égal à zéro ou sa valeur est non définie.

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cotan\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\sin \pi$$

$$\operatorname{cosec}(2\pi)$$

Réponse numérique

RAS 3

13. Utilisez le code suivant pour indiquer si la valeur du rapport trigonométrique est égale à zéro ou est non définie.

1 = La valeur du rapport trigonométrique est égale à zéro.

2 = La valeur du rapport trigonométrique est non définie.

Rapport : _____ _____ _____ _____
 $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $\cotan\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ $\sin \pi$ $\operatorname{cosec}(2\pi)$

Solution : 2112

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 14.

Soient les énoncés suivants pour les angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{11\pi}{6}$.

Énoncé 1 Les mesures respectives de ces angles en degrés sont 30° , 150° , 210° et 300° .

Énoncé 2 Ils appartiennent tous à l'ensemble des solutions $\theta = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

Énoncé 3 Les valeurs de $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ sont toutes les deux négatives.

Réponse numérique

RAS 1
RAS 3

14. L'énoncé de la liste ci-dessus qui est vrai est numéroté _____.

Solution : 3

Énoncé 1 : Faux

$$\frac{11\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 330^\circ$$

Énoncé 3 : Vrai

Le sinus est négatif dans le quadrant III et le cosinus est négatif dans le quadrant II.

Énoncé 2 : Faux

La solution générale $\theta = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$
n'inclut pas $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ ou $\frac{11\pi}{6}$.

Réponse numérique

SO 4

15. L'image de la fonction $y = a \cos \theta + d$, est $[-4, 10]$; les valeurs de a et d sont respectivement _____ et _____.

Solution : $a = 7$ et $d = 3$

Puisque le maximum est 10 et que le minimum est -4 , l'amplitude est $\frac{10 - (-4)}{2}$.

Le déplacement vertical peut être calculé à l'aide de maximum – amplitude = $10 - 7$.

- NE** 16. Une fonction est représentée par l'équation $y = \sin(3x + \pi) + 7$. La valeur numérique du déphasage, lorsqu'on le compare à $y = \sin x$, est **i** et la période du graphique correspondant est **ii** .

RAS 4

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	<i>i</i>	<i>ii</i>
A.	π	3
B.	π	$\frac{2\pi}{3}$
*C.	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
D.	$\frac{\pi}{3}$	3

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'on doit factoriser la valeur b pour identifier le déphasage.

Réponse numérique

- RAS 4** 17. Étant donné que le graphique de $f(\theta) = \cos(n\theta)$ a la même période que le graphique de $g(\theta) = \tan \theta$, la valeur de n est _____.

Solution : 2

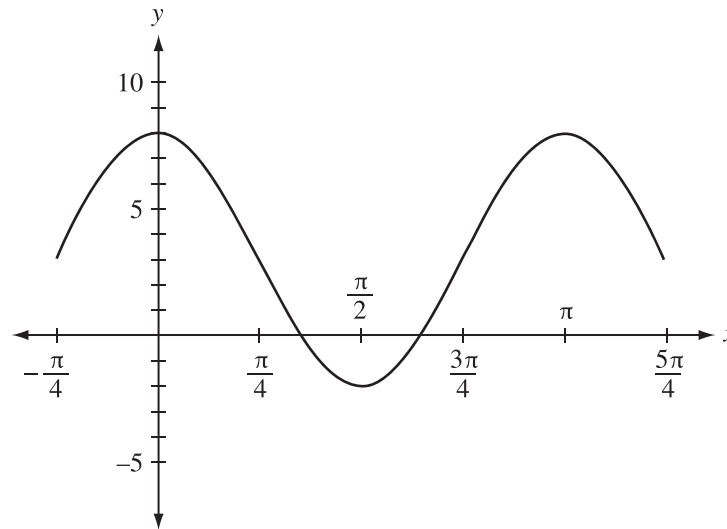
La période de $g(\theta) = \tan \theta$ est π .

La période de $f(\theta) = \cos(n\theta)$ est $\frac{2\pi}{n}$.

Pour que les deux fonctions aient la même période de π , $n = 2$.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 18.

Le graphique partiel de la fonction cosinus ci-dessous possède un minimum au point $(\frac{\pi}{2}, -2)$ et un maximum au point $(\pi, 8)$. L'équation de la fonction peut être exprimée sous la forme $y = a \cos(b(x - c)) + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{N}$.



Réponse numérique

- NE** 18. S'il y a un déphasage minimal, les valeurs de a , b , c et d sont respectivement _____, _____, _____ et _____.

RAS 4

$$\text{Solution : } a = \frac{8 - (-2)}{2} = 5$$

$$b = \frac{2\pi}{\text{période}} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$c = 0$$

$$d = 8 - 5 = 3$$

\therefore la solution est 5203.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'on doit déterminer les 4 paramètres.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 19.

Soient cinq énoncés relatifs au graphique de la fonction $f(x) = -3 \sin[2(x - 5)] + d$.

Énoncé 1 L'amplitude est 3.

Énoncé 2 Le maximum est $(d - 3)$.

Énoncé 3 La période est 2π .

Énoncé 4 Comparé au graphique de $g(x) = -3 \sin(2x) + d$, le graphique de $y = f(x)$ a subi une translation horizontale de 5 unités vers la droite.

Énoncé 5 Si $d > 3$, le graphique de $y = f(x)$ n'aura aucune abscisse à l'origine.

RAS 4

19. Les énoncés vrais sont

- A. 1 et 5
- B. 2 et 3
- *C. 1, 4 et 5
- D. 2, 4 et 5

Solution possible :

Énoncé 1 : Vrai

La valeur de $|a|$ identifie l'amplitude de la fonction.

Énoncé 2 : Faux

La valeur de d identifie le déplacement vertical. Le maximum est $(d + 3)$.

Énoncé 3 : Faux

La période est $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

Énoncé 4 : Vrai

La valeur de c identifie le déphasage.

Énoncé 5 : Vrai

Si le déplacement vertical est supérieur à l'amplitude, le graphique ne touchera ni ne coupera l'axe des x .

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 20.

On peut représenter par une fonction sinusoïdale la hauteur d'un point sur une grande roue, h , en mètres au-dessus du sol, en fonction du temps, t , en secondes. La hauteur maximale de la grande roue au-dessus du sol est de 17 m et la hauteur minimale est de 1 m. La grande roue met 60 secondes pour effectuer deux rotations complètes.

NE

20. En supposant que ce point commence à la hauteur minimale au-dessus du sol, écrivez une équation de la hauteur du point sur la grande roue, h , en fonction du temps, t , sous la forme $h = a \cos[b(t - c)] + d$.

RAS 4

Solution possible : L'amplitude est de 8 m. La période est de 30 s.

$$a = \frac{17 - 1}{2} = 8$$

$$b = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}$$

$$c = 15 \text{ s vers la droite ou vers la gauche} = \pm 15$$

$$d = \frac{17 + 1}{2} = 9$$

$$\therefore h = 8 \cos\left[\frac{\pi}{15}(t - 15)\right] + 9 \text{ ou } h = 8 \cos\left[\frac{\pi}{15}(t + 15)\right] + 9$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'on doit déterminer les 4 paramètres de la fonction.

RAS 5

21. La valeurs de θ , où $180^\circ \leq \theta < 360^\circ$, dans l'équation $2 \cos^2 \theta + \cos \theta = 0$ sont

- A. $\theta = 90^\circ, 120^\circ$
- *B. $\theta = 240^\circ, 270^\circ$
- C. $\theta = 60^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 300^\circ$
- D. $\theta = 90^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 270^\circ$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 22.

Voici une solution incorrecte de l'équation $\cos \theta = \frac{\cos \theta}{\operatorname{cosec} \theta}$, où $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

Étape 1 $\cos \theta = \cos \theta \left(\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} \right)$

Étape 2 $1 = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$

Étape 3 $\operatorname{cosec} \theta = 1$

Étape 4 $\cos \theta = 1$

Étape 5 $\theta = 0^\circ, 180^\circ$

NE

22. La première erreur dans cette solution se trouve à

RAS 5

- *A. l'étape 2
- B. l'étape 3
- C. l'étape 4
- D. l'étape 5

NE

23. Déterminez une solution générale de $\cotan^2 \theta - 1 = 0$, exprimée en radians.

RAS 5

Solution possible : $\cotan^2 \theta = 1$

$$\cotan \theta = \pm 1$$

$$\tan \theta = \pm 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \text{ etc.}$$

Par conséquent, la solution générale est $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'on doit trouver une solution générale pour une équation du second degré.

NE

24. Déterminez les solutions de l'équation $2 \cos^2 x + \sin x - 1 = 0$, où $-\pi \leq x \leq \pi$.

RAS 5

Solution possible : $2 \cos^2 x + \sin x - 1 = 0$

$$2(1 - \sin^2 x) + \sin x - 1 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$(2 \sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ ou } \sin x = 1$$

$$x = -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte une substitution d'identité de Pythagore et que le domaine restreint est à l'extérieur de $[0, 2\pi]$.

NE

25. Déterminez graphiquement la valeur de θ , où $-180^\circ \leq \theta \leq 0^\circ$, étant donné $(2 - \sqrt{3} \sec \theta)(\sec \theta + 3) = 0$. Énoncez les réponses au degré près.

RAS 5

Solution possible : $\theta = -109^\circ$ et -30°

Entrez la fonction suivante dans la calculatrice.

$$y_1 = \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{\cos x}\right) \left(\frac{1}{\cos x} + 3\right)$$

On peut utiliser un rectangle d'affichage $x: [-180, 0, 30]$, $y: [-5, 5, 1]$.

Les abscisses à l'origine représentent les solutions de l'équation originale.

Utilisez l'information ci-dessous pour répondre à la question 26.

Dans le cours de Mathématiques 30–1, on a demandé aux élèves de déterminer une solution générale de l'équation $2 \sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$, en degrés. Voici les réponses données par quatre élèves.

Élève 1 $\theta = 60^\circ + n(120^\circ)$, $n \in Z$

Élève 2 $\theta = 90^\circ + n(360^\circ)$, $n \in Z$, et $\theta = 30^\circ + n(120^\circ)$, $n \in Z$

Élève 3 $\theta = n(180^\circ)$, $\theta = 60^\circ + n(360^\circ)$, et $\theta = 300^\circ + n(360^\circ)$, $n \in Z$

Élève 4 $\theta = 90^\circ + n(180^\circ)$, $\theta = 30^\circ + n(360^\circ)$, et $\theta = 150^\circ + n(360^\circ)$, $n \in Z$

RAS 5

26. Les deux élèves qui ont déterminé une solution générale correcte sont les élèves

- A. 1 et 3
- B. 1 et 4
- C. 2 et 3
- *D. 2 et 4

À noter : Cette question s'adresse à la NE parce qu'elle comporte le calcul d'une solution générale d'une équation du second degré.

RAS 6

27. On a donné à trois élèves l'identité $\frac{\sin^2 \theta - 1}{\cos \theta} = -\cos \theta$, où $\cos \theta \neq 0$.

- a) L'élève A a substitué $\theta = \frac{\pi}{3}$ dans les deux membres de l'équation et a obtenu membre de gauche = membre de droite. L'élève B a entré le membre de gauche en y_1 et le membre de droite en y_2 et en a conclu que les graphiques étaient exactement les mêmes. Expliquez pourquoi ces méthodes ne sont pas considérées comme des démonstrations valables de cette identité.

Solution possible : L'élève A vérifie l'identité en utilisant une seule valeur de θ alors qu'une démonstration est valable pour toutes les valeurs permises de θ . L'élève B vérifie que les graphiques de chaque membre de l'identité sont les mêmes pour toutes les valeurs de θ , mais il examine seulement une petite partie des deux graphiques.

- b) L'élève C a effectué une démarche algébrique valide pour démontrer que membre de gauche = membre de droite. Montrez une démarche que l'élève C aurait pu suivre.

Solution possible : Membre de gauche = $\frac{\sin^2 \theta - 1}{\cos \theta}$ Membre de droite = $-\cos \theta$

$$= \frac{-\cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= -\cos \theta$$

\therefore membre de gauche = membre de droite

NE

- c) Quelles sont les valeurs non permises de l'angle θ pour cette identité?

Solution possible : $\cos \theta \neq 0$

$$\theta \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \text{ etc.}$$

$$\theta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle nécessite les valeurs non permises.



NE

28. L'expression $\frac{\cotan x + \operatorname{cosec} x}{\sec x + 1}$, pour toutes les valeurs permises de x est équivalente à

RAS 6

- A. $\sin x$
- B. $\tan x$
- C. $\operatorname{cosec} x$
- *D. $\cotan x$

Solution possible :

$$\begin{aligned}\frac{\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{1}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x} + 1} &= \frac{\frac{\cos x + 1}{\sin x}}{\frac{1 + \cos x}{\cos x}} \\ &= \frac{\cos x + 1}{\sin x} \times \frac{\cos x}{1 + \cos x} \\ &= \frac{\cos x}{\sin x} \\ &= \cotan x\end{aligned}$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comprend la simplification d'une identité comportant des opérations sur des expressions rationnelles.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 29.

Il est possible de simplifier chaque expression trigonométrique ci-dessous pour obtenir une seule valeur numérique.

$$1 \quad \sin x - \frac{\tan x}{\sec x}$$

$$2 \quad \cotan^2 x - \operatorname{cosec}^2 x$$

$$3 \quad \frac{1}{7} \cos^2 x + \frac{1}{7} \sin^2 x$$

Réponse numérique

RAS 6

29. Quand les valeurs numériques des expressions simplifiées sont organisées en ordre croissant, les numéros des expressions sont _____, _____ et _____.

Solution : 213

$$1 \quad \sin x - \frac{\tan x}{\sec x} = \sin x - \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\cos x}{1} = \sin x - \sin x = 0$$

$$2 \quad \cotan^2 x - \operatorname{cosec}^2 x = -1$$

$$3 \quad \frac{1}{7} \cos^2 x + \frac{1}{7} \sin^2 x = \frac{1}{7} (\cos^2 x + \sin^2 x) = \frac{1}{7}$$

NE 30. Quelle est la valeur **exacte** de $\tan 75^\circ$?

RAS 6

Solution possible : $\sqrt{3} + 2$ ou $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

$$\begin{aligned}\tan 75^\circ &= \tan(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \text{ ou } \sqrt{3} + 2 \text{ (rationaliser le dénominateur)}\end{aligned}$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte l'identité de la somme d'une tangente.

NE 31. Faites une démonstration algébrique de $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin(2x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$, où $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

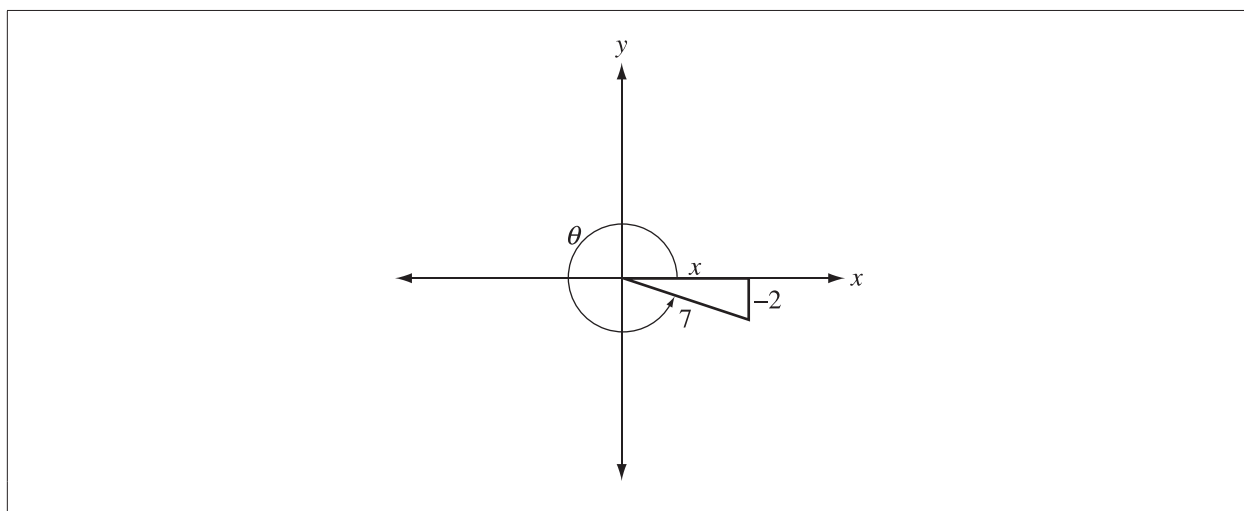
RAS 6

Solution possible :

Membre de gauche	Membre de droite
$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$	$\frac{\sin(2x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$
$\tan(2x)$	$\frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}$
	$\tan(2x)$
MG	= MD

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte l'identité de l'angle double d'une tangente.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 32.



RAS 3
RAS 6

32. Étant donné $\sin \theta = -\frac{2}{7}$ et $\cotan \theta < 0$. Déterminez la valeur **exacte** de $\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$.

Solution possible : $x^2 + (-2)^2 = 7^2$

$$x^2 = 45$$

$$x = \pm\sqrt{45}$$

$$x = \pm 3\sqrt{5}$$

Puisque θ se trouve dans le quadrant IV, $x = 3\sqrt{5}$ et $\cos \theta = \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

$$\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos \theta \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \theta \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$= \left(\frac{3\sqrt{5}}{7}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{-3\sqrt{5}}{14} - \frac{2\sqrt{3}}{14}$$

$$= \frac{-3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{14}$$

Permutations, combinaisons et binôme de Newton

Résultat d'apprentissage général

Développer le raisonnement algébrique et numérique comportant la combinatoire.

Remarques générales :

- Les élèves doivent simplifier algébriquement des expressions contenant ${}_nP_r$, ${}_nC_r$ et $n!$.
- La probabilité dépasse la portée de ce cours.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Résultat d'apprentissage spécifique 1

Appliquer le principe fondamental du dénombrement pour résoudre des problèmes.

[C, R, RP, V] [TIC : C6-2.3]

Remarque :

- D'autres méthodes de résolution de problèmes comportant des explications imagées ou visuelles (p. ex. diagrammes en arbre, listes) sont appropriées.

(Voir les exemples 1-3.)

Résultat d'apprentissage spécifique 2

Déterminer le nombre de permutations de n éléments pris r à la fois pour résoudre des problèmes.

[C, R, RP, V]

Remarques :

- Les problèmes de permutation pourraient comprendre la répétition d'éléments identiques ou des restrictions.
- Les permutations circulaires et en anneau dépassent la portée de ce résultat d'apprentissage.
- Les problèmes comportant les trajets à deux dimensions peuvent être utilisés comme une application de la répétition d'éléments identiques.

(Voir les exemples 4-7.)

Résultat d'apprentissage spécifique 3

Déterminer le nombre de combinaisons de n éléments différents pris r à la fois pour résoudre des problèmes. [C, R, RP, V]

Remarque :

- Les élèves doivent connaître à la fois la notation ${}_nC_r$ et la notation $\binom{n}{r}$.
(Voir les exemples 8-10.)

Résultat d'apprentissage spécifique 4

Effectuer le développement d'un binôme de diverses façons, y compris en ayant recours au binôme de Newton (limité aux exposants qui sont des nombres entiers strictement positifs). [L, R, V]

Remarques :

- Les enseignants peuvent montrer les liens entre les rangées du triangle de Pascal et les coefficients numériques des termes du développement d'un binôme $(x + y)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- Les élèves doivent reconnaître diverses régularités dans le développement d'un binôme.
(Voir les exemples 11-15.)

Résultat d'apprentissage spécifique	Norme acceptable	Norme d'excellence
RAS 1	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> appliquer le principe fondamental du dénombrement à des problèmes à un ou deux cas avec au plus deux restrictions comprendre et utiliser la notation factorielle 	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> appliquer le principe fondamental du dénombrement à des problèmes à trois cas ou plus avec plus de trois restrictions
RAS 2 RAS 3	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> résoudre des problèmes comportant les mots <i>et</i> ou <i>ou</i> résoudre des problèmes comportant des permutations ou des combinaisons résoudre des problèmes comportant des permutations quand au moins deux éléments sont identiques (répétitions) avec au plus une restriction déterminer n dans des équations comportant la présence de ${}_nP_r$ ou ${}_nC_r$ étant donné r, où $r \leq 3$, et identifier des racines étrangères obtenir la solution de problèmes qui comportent au plus deux cas ou deux restrictions 	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> résoudre des problèmes comportant les mots <i>au moins</i> ou <i>au plus</i> résoudre des problèmes comportant des cas où les éléments ne peuvent pas être ensemble résoudre des problèmes comportant à la fois des permutations et des combinaisons résoudre des problèmes comportant des permutations quand au moins deux éléments sont identiques (répétitions), avec plus d'une restriction obtenir la solution de problèmes qui comportent au moins trois cas ou restrictions
RAS 4	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> résoudre des problèmes qui comportent des régularités qui se trouvent dans le développement du binôme $(x + y)^n$ développer $(x + y)^n$ ou déterminer un terme donné dans le développement d'un binôme avec des termes linéaires fournir une solution partielle et expliquer des stratégies mathématiques simples dans un contexte de résolution de problème impliquant la combinatoire étudiée en Mathématiques 30–1 	L'élève peut : <ul style="list-style-type: none"> développer $(x + y)^n$ ou déterminer un terme donné dans le développement d'un binôme avec des termes non linéaires déterminer x ou y dans $(x + y)^n$ étant donné un terme précis dans son développement fournir une solution complète et expliquer des stratégies mathématiques complexes dans un contexte de résolution de problème impliquant la combinatoire étudiée en Mathématiques 30–1

Exemples

Les élèves dont le rendement atteint la norme acceptable devraient être en mesure de répondre à toutes les questions suivantes, à l'exception de toute partie portant l'indication **NE**. Les parties accompagnées de l'indication **NE** représentent des exemples appropriés pour les élèves dont le rendement atteint la norme d'excellence.

*À noter : Veuillez noter que les solutions proposées représentent des démarches possibles; il peut y avoir d'autres stratégies utilisables. Dans les questions à choix multiple suivantes, le symbole * indique la bonne réponse.*

RAS 1

1. Si on utilise toutes les lettres du mot **DIPLÔME**, combien d'arrangements différents commençant et finissant par un I, un O ou un E sont possibles?
 - A. $3 \times 5^5 \times 3$
 - B. $3 \times 5^5 \times 2$
 - C. $3 \times 5! \times 3$
 - *D. $3 \times 5! \times 2$

Solution possible : $3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 720$

Solution possible : ${}_3P_2 \times {}_5P_5 = 720$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 2.

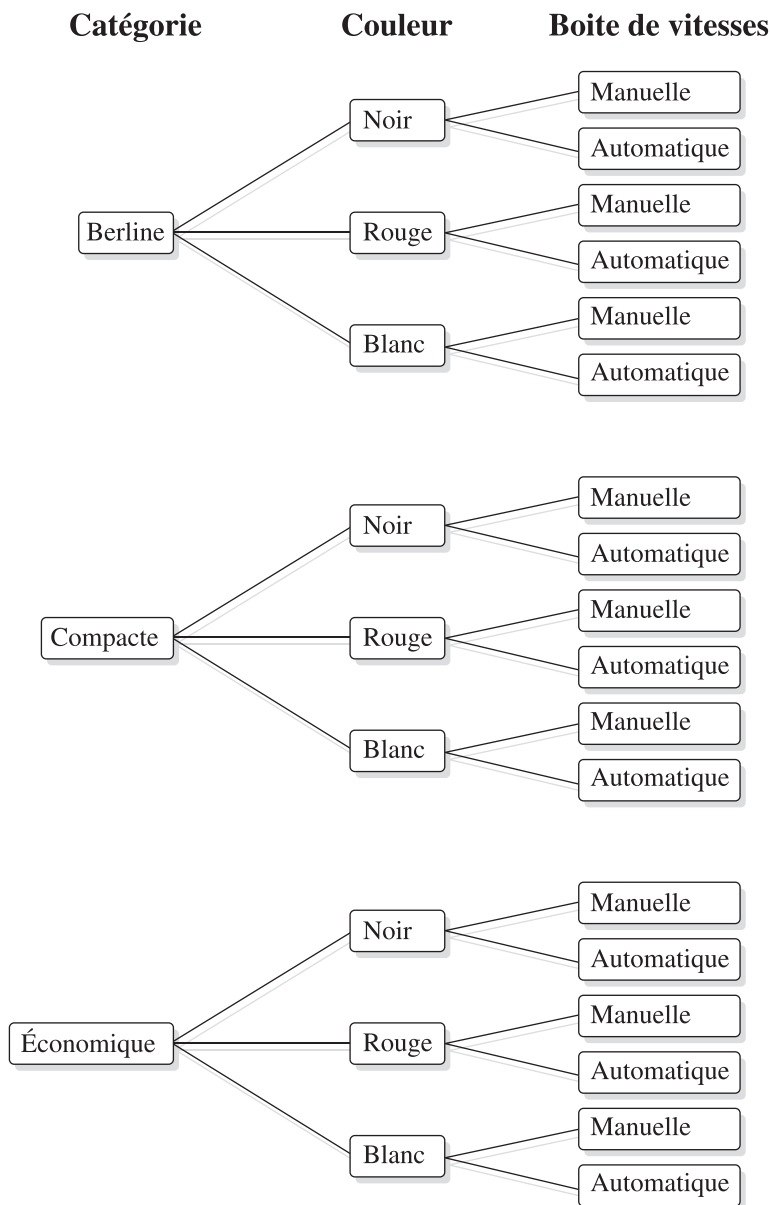
Josh veut louer une voiture. Il a réduit son choix à une berline, une compacte ou une voiture économique. Les couleurs possibles sont noir, rouge ou blanc. Il peut également choisir entre une boîte de vitesses manuelle ou automatique.

Réponse numérique

RAS 1

2. Le nombre total d'options offertes à Josh est _____.

Solution : 18



Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 3.

Le code d'identification pour une carte bancaire comprend 1 chiffre suivi de 2 lettres. Le code doit respecter les conditions suivantes :

- Le chiffre doit être un nombre impair.
- On ne peut pas utiliser les lettres A, E, I, O et U.
- On ne peut pas utiliser une lettre plus d'une fois.

Réponse numérique

RAS 1

3. Le nombre de codes d'identification qu'on peut créer si on respecte ces conditions est _____.

Solution : $5 \times 21 \times 20 = 2\ 100$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 4.

Une équipe de volleyball constituée de 6 joueurs forme une ligne pour une photo de groupe.

RAS 2

4. Si Joan et Émilie doivent être ensemble, une expression qui représente le nombre de façons différentes de placer les joueurs pour la photo est

- *A. $2! \times {}_5P_5$
- B. $2! \times {}_5C_5$
- C. $2! \times {}_6P_6$
- D. $2! \times {}_6C_6$

NE

RAS 2

5. Déterminez le nombre d'arrangements différents utilisant toutes les lettres du mot ATTESTES qui

- a) commencent par au moins deux T.
- b) commencent exactement par deux T.
- c) Expliquez pourquoi les réponses aux questions a) et b) sont différentes.

Solution possible : a) $\frac{3 \times 2 \times 5 \times 5!}{3!2!2!} + \frac{3 \times 2 \times 1 \times 5!}{3!2!2!} = 150 + 30 = 180$

b) $\frac{3 \times 2 \times 5 \times 5!}{3!2!2!} = 150$

- c) Les réponses sont différentes parce que la troisième lettre ne peut pas être un T à l'énoncé b) ci-dessus.

Solution possible : a) Doit commencer par deux T.
Par conséquent, on n'a qu'à arranger les lettres qui restent.
AESTES

$$\frac{6!}{2!2!} = 180$$

- b) Arranger les lettres AESTES comme dans la partie a) ci-dessus.
Puis soustraire les arrangements qui commencent par un troisième T.

$$\frac{6!}{2!2!} - \frac{5!}{2!2!} = 150$$

- c) Les réponses sont différentes parce que la troisième lettre ne peut pas être un T à l'énoncé b) ci-dessus.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte des problèmes comprenant le terme « au moins ».

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 6.

Chez un concessionnaire automobile, le gérant veut aligner dans le stationnement 10 autos du même modèle. Il y a 3 autos rouges, 2 autos bleues et 5 autos vertes.

Réponse numérique

NE

6. Si les 10 autos sont alignées en une rangée dans la même direction et si les autos bleues ne peuvent pas être ensemble, le nombre de possibilités d'aligner les autos est _____.

RAS 2

$$\text{Solution possible : } \frac{10!}{3!2!5!} - \frac{9!}{3!5!} = 2\,016$$

Nombre total
de possibilités

Nombre de possibilités
où les autos bleues sont
ensemble

$$\text{Solution possible : } \frac{8! \times {}_9P_2}{3!2!5!} = 2\,016$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte un scénario dans lequel des éléments ne peuvent pas être ensemble.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

Si l'on dispose de 14 types de fruits différents, combien de salades de fruits différentes pourrait-on créer en utilisant exactement 5 types de fruits?

Élève 1 Kevin a utilisé $\frac{14!}{5!}$ pour résoudre le problème.

Élève 2 Ron a suggéré d'utiliser ${}_{14}P_5$.

Élève 3 Michelle a résolu le problème en utilisant ${}_{14}C_9$.

Élève 4 Jackie a pensé que $5!$ fournirait la réponse correcte.

Élève 5 Stan a décidé d'utiliser $\binom{14}{5}$.

Réponse numérique

RAS 2

7. La solution correcte serait obtenue par l'élève numéro _____ et l'élève numéro _____.

Solution : 35 ou 53

L'ordre dans lequel on ajoute les fruits à la salade n'a aucune importance; par conséquent, il doit s'agir d'une combinaison. Michelle et Stan ont tous les deux raison puisque ${}_{14}C_5 = {}_{14}C_9$. Choisir 5 fruits parmi les 14 disponibles revient au même que ne pas choisir 9 fruits parmi les 14 disponibles.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 8.

Lors d'une rencontre, chaque participant serre la main de chaque autre personne une fois exactement.

Réponse numérique

RAS 3

8. S'il y a 36 poignées de mains au total, le nombre de personnes qui se trouvaient à la rencontre est _____.

Solution : 9

$$\begin{aligned}{}_n C_2 &= 36 \\ \frac{n!}{(n-2)!2!} &= 36 \\ n(n-1) &= 72 \\ n^2 - n - 72 &= 0 \\ (n-9)(n+8) &= 0 \\ n &= 9, \cancel{8}\end{aligned}$$

Il y avait 9 personnes à la rencontre.

RAS 3

9. On doit créer un comité de santé de 6 personnes parmi un groupe de 8 médecins et 40 infirmières. L'expression qui représente le nombre de comités différents qui contiennent au plus 2 médecins est

- A. $({}_{40}P_6) + ({}_8P_1)({}_{40}P_5) + ({}_8P_2)({}_{40}P_4)$
*B. $({}_{40}C_6) + ({}_8C_1)({}_{40}C_5) + ({}_8C_2)({}_{40}C_4)$
C. $({}_{40}P_5)({}_8P_1) + ({}_{40}P_4)({}_8P_2)$
D. $({}_{40}C_5)({}_8C_1) + ({}_{40}C_4)({}_8C_2)$

Réponse numérique

NE

10. Le nombre d'arrangements de 4 lettres différents possibles en utilisant 2 lettres du mot LIMES et 2 lettres du mot FORT est _____.

RAS 3

Solution : $({}_5C_2 \times {}_4C_2) \times 4! = 1\,440$

Choisissez 2 lettres dans chaque mot d'abord, puis arrangez les 4 lettres.

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné qu'elle comporte à la fois une combinaison et une permutation.

RAS 4

11. La forme développée de $(2x + 3)^{(a-5)}$ a 7 termes. La valeur de a est *i* et le coefficient du premier terme est *ii* .

L'information qui complète l'énoncé ci-dessus se trouve dans la rangée

Rangée	<i>i</i>	<i>ii</i>
*A.	11	64
B.	11	128
C.	12	64
D.	12	128

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 12.

Un élève a créé les énoncés suivants concernant le développement de $(a + b)^4$, écrit sous forme de puissances décroissantes de a .

Énoncé 1 Le nombre total de termes est 5.

Énoncé 2 La somme des coefficients de tous les termes est égale à 14.

Énoncé 3 La valeur de m dans le terme $4a^3b^m$ est 1.

Énoncé 4 Le coefficient du premier terme est ${}_4C_1$.

Réponse numérique

RAS 4 **12.** Les deux énoncés de la liste ci-dessus qui sont vrais, sont numérotés _____ et _____.

Solution : 13 (dans n'importe quel ordre)

Selon le binôme de Newton, les termes du développement d'un binôme seront :

$$\begin{aligned}(a + b)^4 &= {}_4C_0(a^4) + {}_4C_1(a^3b^1) + {}_4C_2(a^2b^2) + {}_4C_3(a^1b^3) + {}_4C_4(b^4) \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

Énoncé 1 : Vrai

Le nombre de termes dans le développement de $(a + b)^n$ est $n + 1$; par conséquent, il y a 5 termes.

Énoncé 2 : Faux

La somme de tous les coefficients dans le développement de $(a + b)^n$ est 2^n ; par conséquent, la somme est $2^4 = 16$.

Énoncé 3 : Vrai

La somme des exposants dans chaque terme doit être égale à n ; par conséquent, $m = 1$.

Énoncé 4 : Faux

Le coefficient du premier terme est ${}_4C_0$.

NE 13. Dans le développement de $(3a + b^2)^{10}$, quel est le coefficient du terme contenant a^4b^{12} ?

RAS 4

- A. -17 010
- B. -630
- C. 630
- *D. 17 010

À noter : Cette question s'adresse à la NE étant donné que le binôme comporte des termes non linéaires.

Réponse numérique

NE 14. Dans le développement du binôme $(2a + \frac{1}{a})^8$, le terme constant est _____.

RAS 4

Solution : 1 120

L'exposant de la variable d'un terme constant doit être zéro, c'est-à-dire a^0 .

$${}_8C_4(2a)^4\left(\frac{1}{a}\right)^4$$

$$70(16a^4)\left(\frac{1}{a^4}\right)$$

$$1\ 120$$

Par conséquent, le terme constant est 1 120.

À noter: Cette question s'adresse à la NE étant donné que le binôme comporte des termes non linéaires.

Réponse numérique

NE 15. Un terme du développement de $(ax - y)^6$ est $-252xy^5$. La valeur numérique de a est _____.

RAS 4

Solution : 42

En utilisant le terme général, $k = 5$,

$$t_{5+1} = {}_6C_5(ax)^{6-5}(-y)^5$$

$$-252xy^5 = 6(ax)(-y^5)$$

$$-252 = -6a$$

$$42 = a$$

À noter : Cette question s'adresse à la NE puisqu'elle nécessite qu'on trouve un paramètre du binôme, étant donné un terme précis.

Liens du site Web d'Alberta Education

Publication/ressource
<u>Programme d'études de Mathématiques 10^e-12^e année</u>
<u>Bulletin d'information de Mathématiques 30-1</u>
<u>Politique d'emploi des calculatrices aux examens d'Alberta Education</u>
<u>General Information Bulletin</u> (en anglais seulement)
<u>Quest A+</u>
<u>Mots clés en mathématiques</u>
<u>Foire aux questions concernant le programme de mathématiques de l'Alberta</u>

Veillez noter que si vous ne pouvez accéder à l'un des liens Internet que renferme ce document, vous pouvez trouver des documents reliés aux examens en vue de l'obtention du diplôme de 12^e année sur le [site Web d'Alberta Education](#).