ALBERTA EDUCATION

Tests de dépistage provinciaux en numératie Maternelle à 4e année

Guide d'interprétation

Heather Douglas, Ph.D., B.Ed. et Jo-Anne LeFevre, Ph.D.
Department of Cognitive Science
Carleton University

Alberta

Guide d'interprétation des tests de dépistage provinciaux en numératie de maternelle à 4e année

Guide d'interprétation des tests de dépistage provinciaux en numératie de maternelle à 4^{e} année

Les tests de dépistage provinciaux en numératie sont basés sur le programme EarlyMathAssessment@School (EMA@School) et comportent une gamme variée de tâches qui ciblent le développement des connaissances des élèves de la maternelle à la 4^{e} année en mathématiques. Plus particulièrement, les tests identifient les connaissances qu'ont les élèves de la symbolique des nombres. Les tests, conçus au Carleton University Centre for Applied Cognitive Research, sont fondés sur les théories actuelles dans le domaine du développement des connaissances et de la cognition mathématiques. Les élèves de la 1re à la 4^{e} année peuvent passer les tests d'évaluation en groupes, y compris avec toute la classe, avec papier et crayon. Les élèves de la maternelle et de la 1re année passent les tests de comptage individuellement. Il est important de noter que les tests peuvent être utilisés pour aider les enseignants à identifier les lacunes de leurs élèves en matière de compréhension fondamentale des nombres.

La théorie sous-jacente au programme EarlyMath@School

Il faut de multiples processus cognitifs pour apprendre les mathématiques. Le modèle *Pathways to Mathematics Model* décrit les compétences cognitives qui contribuent à l'apprentissage des mathématiques et au développement de la pensée mathématique : l'attention, le raisonnement relationnel, le langage et les compétences reliées aux quantités (Di Lonardo Burr et al.; LeFevre et al., 2010; Sowinski et al., 2015). Les compétences liées à l'attention comprennent la mémoire de travail et la fonction exécutive. La mémoire de travail suppose la rétention et la manipulation de l'information : p. ex. garder en tête des nombres dans une suite numérique ou additionner des nombres par le calcul mental (DeStefano et LeFevre, 2004). Les fonctions exécutives supposent le contrôle inhibiteur, la souplesse cognitive et l'actualisation (Friedman et Miyake, 2017). Dans le contexte des premières années d'apprentissage des mathématiques, ces compétences impliquent de compter des objets, comparer des ensembles et trouver dans l'environnement des informations qui ont trait aux mathématiques. Les compétences d'attention sont pertinentes dans les mathématiques autant pour les enfants que les adultes (Cowan et al., 2011; LeFevre et al., 2005; Peng et al., 2016; Raghubar et al., 2010).

La pensée relationnelle comporte des compétences telles qu'identifier, prolonger ou insérer un élément manquant dans une suite numérique. De façon remarquable, les premières habiletés des enfants en matière de structuration prédisent leurs connaissances ultérieures des nombres (Di Lonardo Burr et al., en 2022; Zippert et al., 2020). La structuration peut appuyer l'apprentissage des mathématiques parce que les mathématiques comportent la compréhension les interrelations entre les nombres et les règles qui régissent ces interrelations. Les compétences liées à la pensée relationnelle continueront d'appuyer l'apprentissage des mathématiques au-delà de la maternelle (Kalra et al., 2020).

Les compétences langagières jouent aussi un rôle important dans l'apprentissage des mathématiques (Peng et al., 2020; Zhang et Lin, 2015). Les enseignants et les parents communiquent des idées mathématiques à l'aide de mots. À partir de la maternelle, les habiletés générales des enfants reliées au vocabulaire permettent de prédire leur rendement ultérieur en mathématiques (LeFevre et al., 2010; Purpura et Ganley, 2014). Le vocabulaire propre aux mathématiques, tel que *somme*, *égale* ou *supérieur à* est un autre aspect important de l'apprentissage des mathématiques (Hornburg et al., 2018; Purpura et Reid, 2016; Toll et Van Luit, 2014). Par exemple, la connaissance qu'ont les enfants avant la maternelle des mots liés à la dimension spatiale (p. ex. *près, loin, gauche, droite*) et des mots liés aux quantités (p. ex. *plus, moins, plus grand, plus petit*) prédisent leur réussite dans des tâches telles que compter tout haut, identifier des nombres, la cardinalité, l'ordre des nombres et la résolution de problèmes exprimés en mots (Hornburg et al., 2018). Les enfants commencent la maternelle en connaissant déjà quelques termes mathématiques; ce vocabulaire mathématique est pertinent pour faire le lien entre les connaissances informelles des enfants en mathématiques et la connaissance formelle des nombres (Purpura et al., 2013). Le schéma 1 montre un modèle descriptif des relations entre les processus cognitifs et les processus mathématiques. La connaissance des nombres est bâtie sur ces bases cognitives.

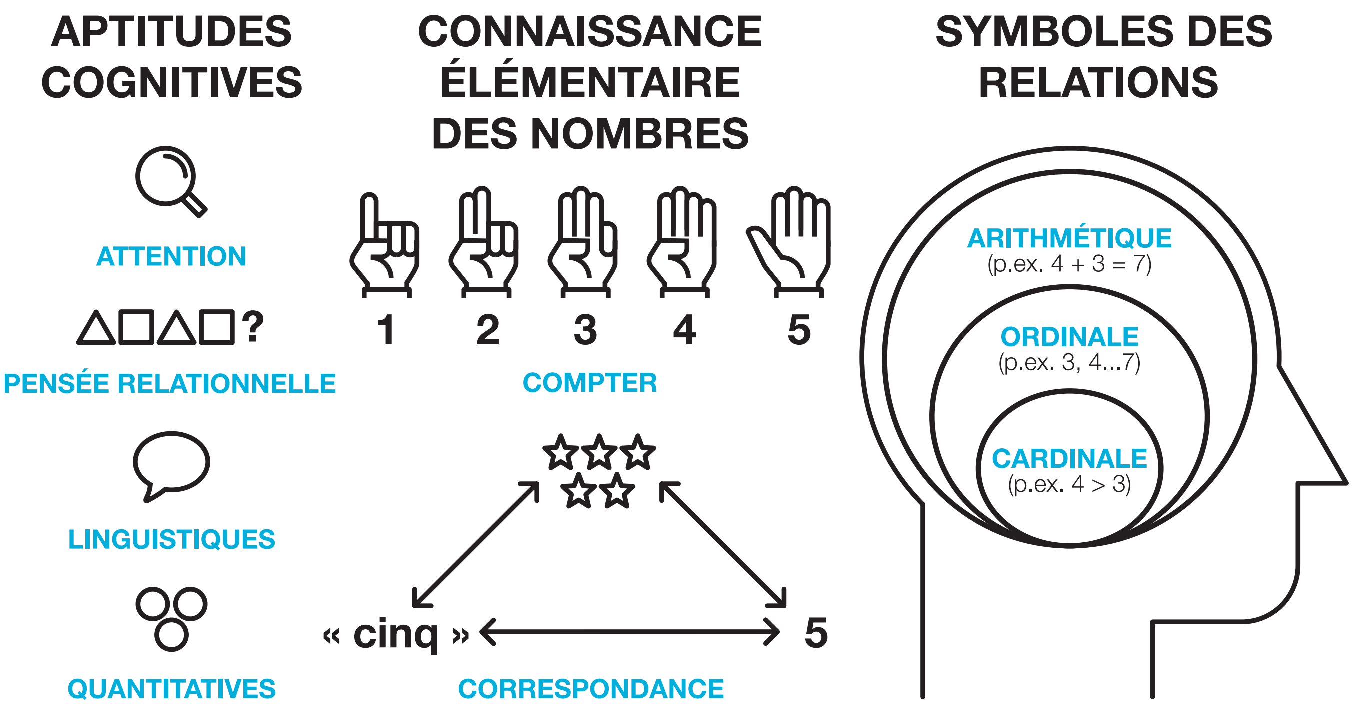

Schéma 1 Premiers stades de l'apprentissage des mathématiques

En résumé, les compétences liées à l'attention, à la pensée relationnelle et au langage appuient l'acquisition des connaissances des enfants sur les nombres. Les toutes premières compétences liées à la quantité, comme la capacité d'identifier rapidement un petit nombre d'objets sans les compter (p. ex. la subitisation), sont également essentielles lorsque les enfants commencent à apprendre les mathématiques (Carey et Barner, 2019). Quand ils entreront à l'école, les enfants se serviront des compétences cognitives et des connaissances informelles en mathématiques qu'ils auront acquises à la maison ou en prématernelle pour développer les connaissances spécifiques des nombres qui serviront de base à leur apprentissage ultérieur (Siegler et al., 2012). Par conséquent, les tests d'évaluation se concentrent directement sur le développement des connaissances des enfants sur les nombres. Nous supposons que la façon la plus directe d'améliorer les compétences des enfants de la maternelle à la 4^{e} année consiste à identifier les connaissances de base des enfants sur les nombres et mettre l'accent sur ces connaissances de base : compter, identifier des nombres, les régularités, les droites numériques, l'arithmétique et, pour la maternelle, les liens entre les quantités et les symboles numériques.

Composantes des tests de dépistage provinciaux en numératie

Durant les premières années, les connaissances de base en mathématiques incluent la connaissance des nombres, les relations entre les nombres et les opérations sur les nombres (Devlin et al., 2022). Ces tests d'évaluation comprennent des tâches dans chacune de ces catégories. Les habiletés de chaque catégorie sont reliées, mais chacune prédit le rendement en mathématiques de manière séparée. Les trousses d'évaluation sont conçues de manière à évaluer les habiletés numériques qui constituent les éléments de base du développement en mathématiques. Un des défis était de sélectionner des tâches qui seraient appropriées pour plusieurs niveaux scolaires et qui s'adapteraient aux progrès des enfants pendant l'année. La continuité a été assurée en modifiant la durée, la sélection des stimuli et, dans certains cas, le choix de tâches différentes en fonction du niveau scolaire quand le profil des connaissances variait selon le niveau (Chard et al., 2005). Pour les élèves de la maternelle, ces tests d'évaluation portent sur les habiletés de comptage, les premières connaissances sur les nombres et les relations de base entre les symboles numériques. Pour les élèves plus âgés, les tests d'évaluation examinent la connaissance des grands nombres, la compréhension qui se développe des interrelations entre les symboles numériques et les opérations sur les nombres. Les tâches adaptées d'EMA@School sont bien connues des chercheurs et plusieurs d'entre elles apparaissent sous une forme ou une autre dans d'autres tests. Nous étions également conscients de la contrainte imposée par le fait que ce serait des enseignants qui feraient passer les tests, par conséquent que leur mise en œuvre devait tenir compte de l'environnement de la salle de classe.

Connaissances des nombres

Compter est l’une des premières compétences liées aux nombres. Toutefois, il arrive que certains élèves arrivent à l’école en possédant des habiletés de comptage développées tandis que d’autres enfants ne sont pas en mesure de compter correctement jusqu’à 5 (Litkowski et al., 2020). Apprendre à compter suppose plus que réciter la suite numérique. Les enfants doivent comprendre que le but de compter est de déterminer une quantité (Gray et Reeve, 2014, 2016). Pour que compter ait du sens, les enfants doivent comprendre quatre principes : a) l’ordre défini des noms des nombres, c’est-à-dire connaitre et utiliser le nom des nombres dans l’ordre, b) la correspondance biunivoque entre les objets comptés et le nom des nombres, c’est-à-dire compter une seule fois chaque objet, c) la cardinalité, c’est-à-dire que lorsqu’on compte, le dernier nombre énoncé indique combien d’objets il y a dans un ensemble (Gallistel et Gelman, 1990) et un principe non essentiel, la non-pertinence de l’ordre, c’est-à-dire que lorsqu’on compte un groupe d’objets, l’ordre dans lequel on compte les objets n’est pas important. Ce principe n’est pas acquis chez les enfants jusqu’au milieu de l’élémentaire (Kamawar et al., 2010; LeFevre et al., 2006). L’apprentissage des principes liés au fait de savoir compter se fait progressivement (Purpura et al., 2013). Par conséquent, pour identifier les connaissances en développement des enfants au sujet du comptage, la tâche *Compter* permet de mesurer les connaissances des enfants de la maternelle au sujet de la suite numérique et sur les principes fondamentaux liés au fait de compter en maternelle. La tâche *Nombres suivants* requiert que les élèves complètent une suite numérique (p. ex. 12 13 14 15 __ __; quel est le nombre suivant?), la connaissance d’autres suites (p. ex. 2 4 6 8 __ __) et une accessibilité fluide qui leur permet de compter à rebours (p. ex. 10 9 8 7 __ __).

Apprendre, c’est créer des relations. En mathématiques, créer des relations entre des symboles est au cœur de l’acquisition de connaissances mathématiques. L’apprentissage des mathématiques est cumulatif, les nouvelles compétences se bâtissant sur les compétences déjà acquises. Donc, on peut considérer le développement mathématique, du moins en partie, comme une hiérarchie de relations entre des symboles numériques (Hiebert, 1988; Núñez, 2017). À la base de la hiérarchie, il s’agit d’établir la relation entre le symbole et sa représentation concrète; p. ex., savoir que le chiffre 4 représente une quantité de ♥ ♥ ♥ ♥. Avant de réussir à relier le chiffre 4 à la quantité ♥ ♥ ♥ ♥ cependant, les enfants doivent établir la relation entre le nom du chiffre « quatre » et son symbole numérique correspondant (Hurst et al., 2017; Jiménez Lira et al., 2017). Le terme employé pour décrire le fait d’établir des relations entre des quantités, des chiffres et des termes numériques est « correspondance ». La tâche *Nommer des nombres*, durant laquelle on demande aux enfants de maternelle de relier des noms de chiffres verbaux et des symboles numériques, permet de mesurer les premières compétences des élèves en matière de correspondance. Les tests d’évaluation *Compter*, *Nombres suivants* et *Nommer des nombres* peuvent être utilisés pour identifier quels élèves ont besoin d’une aide additionnelle parce qu’ils n’ont pas encore maitrisé ces normes minimales.

Au fur et à mesure que les élèves apprennent à connaitre des nombres plus grands (p. ex. 10 à 100 à 1 000), ils doivent comprendre les nouvelles règles pour établir la correspondance entre les noms des nombres et les symboles numériques. Ces règles reflètent la structure du système numérique, mais il peut y avoir des conflits entre les termes à l’oral et les symboles écrits, surtout dans certaines langues. Songez à quatre-vingt-dix-huit par rapport à *ninety-eight,* par exemple. Même un nombre familier comme *eighteen* est souvent écrit 81 quand les élèves sont en train d’apprendre. Dans des langues comme le hollandais ou l’allemand, où les nombres comportant des dizaines comme 42 s’appellent « quatre et vingt », les erreurs d’inversion sont fréquentes jusqu’à la 2e année (Imbo et al., 2014). Au-delà des termes à l’oral et des symboles écrits, les enfants doivent comprendre que la position d’un chiffre indique sa valeur. Ainsi, 21 consiste en deux dizaines et une unité, tandis que 12 consiste en une dizaine et deux unités. Chaque année, les élèves apprennent une tranche plus grande de nombres. Ainsi, on s’attend à ce que les enfants de 2e année connaissent le système numérique des centaines. Un élève qui entend « deux-cent-cinq » et qui écrit « 2005 » ne maitrise pas encore les règles de transposition des nombres énoncés en chiffres écrits (Skwarchuk et Anglin, 2002). Cette erreur (appelée erreur syntactique) indique que l’élève ne comprend pas que la position des chiffres écrits reflète leur valeur de position. La transposition entre les nombres énoncés et les nombres écrits est reliée aux compétences arithmétiques (Clayton et al., 2020; Simmons et al., 2012; Sowinski et al., 2015). Les enfants dont le rendement en mathématiques est faible comprennent mal les règles de la valeur de position dans la tranche de nombres avec lesquels ils devraient être familiers (Moura et al., 2013). La tâche de transposition *Écrire des nombres* aide les enseignants à identifier les erreurs de transposition des élèves (de la 1re à la 4e année). Spécifiquement, les enseignants peuvent identifier où se trouvent les lacunes dans la connaissance des nombres plus grands (p. ex. transcription littérale comme écrire deux-cent-cinq sous la forme de 2005 ou inverser l’ordre des nombres; 28 par rapport à 82, etc.). Pour les aider, les enseignants peuvent personnaliser le soutien apporté à l’écriture des nombres au besoin, en utilisant des jeux d’association des nombres, des tableaux de valeur de position et d’autres activités qui mettent en relief les régularités et les règles qui déterminent la structure des nombres.

Les relations numériques

Les nombres peuvent être reliés entre eux de plusieurs façons différentes. Prenons les chiffres 1, 2 et 3. Ces chiffres comportent des relations cardinales (quantité), (p. ex. 3 > 1; 2 < 3), des relations ordinales (p. ex. 2 vient après 1 et avant 3), et des relations arithmétiques (p. ex. 1 + 2 = 3; 3 – 1 = 2). À mesure que les enfants maitrisent diverses associations entre les nombres symboliques, y compris les relations cardinales, ordinales et arithmétiques, ces associations forment un réseau numérique mental comportant de plus en plus de connexions interdépendantes (Hiebert, 1988; Siegler et Lortie-Forgues, 2014; Xu et al., 2019; Xu et LeFevre, 2020). Comme le schéma 1 le démontre, les associations arithmétiques plus complexes sont bâties sur les associations cardinales et ordinales de base. L'accès rapide et exact à ces associations numériques indique que les élèves font des progrès dans le développement de leur réseau mental. Les enseignants peuvent mesurer l'efficacité avec laquelle les élèves ont accès aux relations cardinales, ordinales et arithmétiques entre les nombres au moyen des tâches *Comparer des nombres*, *Ordonner des nombres* et *Nombres sur une droite numérique*.

Ansari et ses collègues ont démontré que la comparaison des nombres est une habileté fondamentale (Hawes et al., 2019; Nosworthy et al., 2013) et on déclaré qu'une comparaison des nombres rapide et efficace était « …aussi important en mathématiques que la conscience phonologique l'est en lecture » (Vanbinst et al., 2016). *Comparer les nombres* combine la connaissance de la manière dont les symboles sont reliés aux quantités et l'habileté de comparer ces quantités mentalement. La comparaison des nombres peut être utilisée pour identifier les enfants chez qui on trouve une dyscalculie développementale persistente (Booth et Siegler, 2006).

La tâche *Nombres sur une droite numérique* exige des élèves qu'ils appliquent leurs compétences numériques pour juger des relations de proportion entre les nombres. Ainsi, la tâche *Nombre sur une droite numérique* (voir schéma 2), en utilisant une tranche de nombres appropriée aux connaissances des élèves (p. ex. 0-1, 0-10, 0-100, 0-1 000, 0-10 000) touche à la grandeur relative, aux compétences spatiales et à une compréhension préliminaire des nombres rationnels (Bailey et al., 2014; LeFevre et al., 2013). Le rendement des élèves dans les tâches qui portent sur les droites numériques est un bon indice du développement des connaissances en mathématiques (Booth et Siegler, 2006).

Indique où le chiffre **21** se trouverait sur la droite numérique.

Schéma 2 – Tâche : Indiquer des chiffres sur une droite numérique

Les élèves commencent l'école avec un ensemble de compétences cognitives de base et avec des connaissances élémentaires sur les nombres. Les compétences des enfants en mathématiques se bâtiront sur ces compétences élémentaires. La trousse des tests de dépistage en numératie est conçue pour évaluer les compétences numériques des élèves, qui constituent les composantes de base du développement de la pensée mathématique. Pour les élèves de maternelle, cela suppose d'évaluer leurs connaissances élémentaires des nombres et des relations de base entre les symboles numériques. Pour les élèves plus âgés, cela suppose d'évaluer leur compréhension des interrelations entre les symboles numériques.

Évaluation et interprétation

La plupart des tests de dépistage en numératie pour les élèves de la 1re à la 4e année peuvent être passés en groupes, y compris dans la classe au complet, avec papier et crayon. Les tâches d'évaluation pour la maternelle et les tâches *Compter* et *Nommer les nombres* de la 1re année sont passés individuellement. Ces tests mesurent la connaissance des nombres, des relations entre les nombres et de l'application des nombres, de la façon décrite ci-dessous.

Connaissance des nombres

Pour les élèves de la maternelle et de la 1re année, les enseignants évaluent trois compétences fondamentales de comptage au moyen de trois tâches : la connaissance de la suite numérique (**Compter dans l'ordre** et **Nombres suivants**) et la correspondance biunivoque et la cardinalité (**Compter les éléments d'un ensemble**). Les élèves font également la tâche **Nommer des nombres**, dans laquelle ils doivent associer des nombres écrits à des nombres exprimés oralement. À la fin de la maternelle, on s'attend à ce que les enfants maitrisent les principes du comptage et qu'ils connaissent les nombres jusqu'à 10. Par conséquent, on peut utiliser ces tâches pour identifier les élèves qui ont besoin d'aide supplémentaire, comme des exercices pointer-compter (pour la correspondance biunivoque), des exercices d'association de chiffres (pour la correspondance et la cardinalité), des chansons sur les nombres et autres activités pertinentes. Comme ces compétences constituent le fondement de l'apprentissage ultérieur, les enseignants peuvent aussi utiliser ces trois tâches (Compter dans l'ordre, Compter les éléments d'un ensemble et Nommer des nombres) pour identifier les élèves qui ont des difficultés à maitriser les concepts plus avancés, et pour intervenir auprès d'eux.

Les élèves plus âgés (de la 1re à la 4e année) font la tâche de transposition dans laquelle ils doivent écrire les nombres à plusieurs chiffres qu'on leur lit. On s'attend à ce que les élèves de la 1re année connaissent les nombres jusqu'à 100, alors que les élèves de la 2e année devraient connaitre les nombres jusqu'à 1 000. On s'attend à ce que les élèves de la 3e année et ceux qui commencent la 4e année connaissent les nombres jusqu'à 100 000. Les enseignants peuvent utiliser cette tâche pour identifier le type d'erreurs que leurs élèves font. Plus spécifiquement, les enseignants peuvent identifier les domaines dans lesquels les élèves ont des difficultés (p. ex. écrire des nombres à 2, à 3 ou à 4 chiffres) et le type de difficultés qu'ils ont (p. ex. ajouter des zéros supplémentaires; inverser l'ordre des chiffres, 28 au lieu de 82, etc.). Ensuite, les enseignants peuvent créer des exercices personnalisés sur l'écriture des nombres, selon les besoins identifiés, comme des jeux d'association de nombres, des tableaux sur la valeur des positions et autres exercices pertinents.

Les relations entre les nombres

On peut utiliser des tâches impliquant les relations entre les nombres pour mesurer les connaissances des élèves sur les nombres. Les élèves acquièrent d'abord des connaissances fluides sur les relations cardinales qui reflètent la quantité. La tâche **Comparer des nombres** est un exercice chronométré de comparaison de nombres, dans lequel les élèves doivent rayer rapidement et correctement le chiffre le plus grand dans une paire. L'accès rapide et précis aux quantités à partir des nombres symboliques contribue au développement d'autres compétences liées aux nombres, comme les connaissances ordinales, l'arithmétique et les fractions. La tâche **Comparer des nombres** est utilisée à tous les niveaux scolaires. Les élèves de maternelle et de 1re année dont les habiletés à comparer les nombres sont les plus faibles ne font pas de liens solides entre les symboles numériques et les quantités. Les enseignants peuvent leur faire faire des activités qui renforcent les liens entre les chiffres et les quantités tels que des jeux de cartes comme La guerre, des jeux de société comme Sorry ou des jeux de dés – des activités durant lesquelles les élèves s'exercent à établir des liens entre des symboles visuels et des quantités (Gasteiger et Moeller, 2021).

Les connaissances sur les relations séquentielles entre les nombres sont différentes des connaissances sur les quantités (Lyons et Ansari, 2015; Lyons et Beilock, 2013). La tâche **Ordonner des nombres** est chronométrée et les élèves doivent juger rapidement et correctement si trois chiffrent sont placés par ordre croissant (p. ex. 2 3 5). En 2e, 3e, et 4e année, l'accès rapide et exact des élèves aux suites numériques permet de saisir l'évolution mentale des élèves quant aux relations numériques, qui appuie les compétences en calcul (Lyons et al., 2014; Sasanguie et al., 2017; Sasanguie et Vos, 2018). Pour les élèves dont les habiletés à juger de l'ordre des nombres sont faibles, les enseignants peuvent les aider à développer et à utiliser ces habiletés dans divers contextes au moyen de jeux qui font intervenir des suites : ordonner des nombres, quel est le nombre qui vient avant, après, etc.

Estimer l'emplacement d'un **Nombre sur une droite numérique** permet de constater deux aspects des connaissances des élèves en mathématiques. D'une part, cet exercice permet de mesurer leur compréhension des relations ordinales entre les nombres (p. ex. 3 vient après 2 et avant 4; 50 vient après 40 et avant 60). D'autre part, estimer l'emplacement d'un nombre sur une droite numérique exige des compétences liées au raisonnement proportionnel. On utilise le raisonnement proportionnel pour situer correctement un nombre sur une droite numérique (p. ex. 49 est près de 50 et 50 est la moitié de 100, donc une stratégie appropriée consisterait à diviser la droite en deux). Les élèves dont les erreurs d'estimation sont supérieures à 20 % (p. ex. placer 7 avant 5 ou après 9 sur une droite numérique de 0 à 100; placer tous les nombres supérieurs à 100 près de 1 000) comprennent mal la tranche de nombres évaluée. Les enseignants peuvent aider ces élèves au moyen d'activités qui favorisent la compréhension des relations ordinales (p. ex. quel nombre vient avant, quel nombre vient après) (Xu et LeFevre, 2016), le raisonnement proportionnel (p. ex. indiquer le milieu d'une droite numérique; identifier le nombre qui se situe au milieu), les jeux de société linéaires (Siegler et Ramani, 2009) et d'autres activités pertinentes en fonction de la tranche de nombres donnée.

Les opérations sur les nombres

Les **Faits arithmétiques** montrent la capacité des élèves à se rappeler rapidement et efficacement des faits arithmétiques ou à utiliser des stratégies efficaces. Bâtie sur la connaissance des associations ordinales et cardinales, la fluidité arithmétique permet d'établir des compétences de plus haut niveau en mathématiques. De façon plus importante, la fluidité arithmétique est une compétence essentielle : c'est à la fois un indicateur et un corrélat de la plupart des autres compétences en mathématiques (Price et al., 2013). Par conséquent, l'accès fluide aux faits arithmétiques est donc importante pour pouvoir résoudre des problèmes (Lin, 2020). Chez les élèves qui connaissent les faits arithmétiques, davantage de mémoire de travail est disponible pour élaborer des stratégies et pour se concentrer sur le problème qu'ils sont en train de résoudre plutôt que sur l'arithmétique nécessaire pour résoudre le problème. Grâce aux tests de dépistage en numératie, les enseignants peuvent identifier les élèves dont la fluidité arithmétique est faible et évaluer les compétences réelles de leurs élèves en arithmétique. Les enseignants peuvent renforcer une connaissance fluide des faits arithmétiques avec des jeux en ligne adaptés, avec des jeux de cartes ou des jeux de société (p. ex. Crib), ou au moyen d'exercices en classe et d'autres activités pertinentes (Gasteiger et Moeller, 2021).

La connaissance conceptuelle des principes arithmétiques est reliée de manière réciproque à l'aisance procédurale (Rittle-Johnson et Alibali, 1999) et les deux types de connaissances sont essentielles au développement d'une solide compréhension mathématique (Crooks et Alibali, 2014; Fyfe et al., 2012). Ainsi, l'acquisition par les enfants des opérations numériques de base est un prédicteur fondamental des habiletés à venir concernant les fractions et l'algèbre (Schneider et al., 2017).

Les tâches des **Équations** évaluent la connaissance des élèves de cinq principes : identité, négation, inversion, commutativité et équivalence. L'accès fluide aux faits et procédures arithmétiques (par exemple, savoir que 3 + 1 est 4) est complémentée par la connaissance des concepts ou règles qui définissent les relations numériques (Knuth et al., 2006). La connaissance procédurale et conceptuelle se développent de manière réciproque (Rittle-Johnson et Alibali, 1999) et sont donc complémentaires. Les élèves peuvent posséder de solides connaissances procédurales mais des connaissances conceptuelles plus faibles et vice-versa (Hallett et al., 2012) mais les deux sont importantes.

Les cinq principes arithmétiques qui sont évalués dans les tâches des **Équations** incluent les principes de base de l'*identité*, qui fait en sorte qu'additionner ou soustraire ne change pas le nombre; et de la *négation*, qui fait en sorte que soustraire un nombre de lui-même égale 0 (Robinson, 2017). Le principe d'*inversion* provient de la compréhension de l'identité et de la négation, de sorte que les élèves sont en mesure de résoudre facilement des problèmes comme 3 + 54 – 54 sans calculer (Crooks et Alibali, 2014; Robinson et LeFevre, 2011). Deux autres principes, la *commutativité* et l'*équivalence*, permettent aux élèves d'évaluer avec flexibilité des équations présentées sous divers formats. La commutativité est le principe voulant que l'ordre des opérandes en addition (et en multiplication) n'est pas important, puisque 3 + 4 donnera la même réponse que 4 + 3. Les élèves comprennent ce principe de manière implicite lorsqu'ils savent qu'ils peuvent résoudre 2 + 5 et 5 + 2 en comptant à partir de 5 (Siegler et Braithwaite, 2017).

L'équivalence est la règle qui dit que l'information des deux côtés de l'équation doit être égale. L'équivalence est indiquée par le signe d'égalité et est fondamentale pour apprendre l'algèbre (Crooks et Alibali, 2014; Star et Rittle-Johnson, 2008). La connaissance de l'équivalence débute très simplement; par exemple, en sachant que 4 = 4 est une équation valide. Au début, les élèves peuvent penser que le signe d'égalité dans un problème comme 3 + 2 = __ veut dire quelque chose comme « additionner ces deux nombres et mettre la réponse dans l'espace. » Cette notion opérationnelle doit être remplacée par une compréhension relationnelle, qu'en réalité le signe d'égalité veut dire « la quantité du côté gauche doit être la même que la quantité du côté droit. » L'apprentissage des fractions et de l'algèbre sera plus facile pour les élèves qui acquièrent une compréhension relationnelle plus tôt et, par conséquent, développent des habiletés de résolution de problèmes flexibles (Crooks et Alibali, 2014; McNeil et al., 2006; Prather et Alibali, 2009).

Les tâches des **Équations** permettront aux enseignants d'identifier les élèves qui sont en en train d'acquérir une connaissance conceptuelle en même temps que les habiletés procédurales. La connaissance conceptuelle est souvent implicite, en ce que les élèves peuvent ne pas pouvoir décrire leur compréhension, mais elle se révèle quand ils sont en mesure de résoudre des problèmes comme 3 + 4 = __ + 3 sans devoir faire de l'arithmétique (Robinson, 2017; Robinson et LeFevre, 2011). Offrir la possibilité pour les élèves de voir des équations sous diverses formes et encourager l'interprétation relationnelle du signe d'égalité permettra de soutenir le progrès des élèves.

Les élèves de la 4e année font également la tâche intitulée **Calculer** qui inclut l'addition et la soustraction de nombres à plusieurs chiffres. Cette tâche mesure les habiletés de calcul des élèves et leur compréhension de la valeur de position. Pour résoudre ces problèmes, les élèves doivent manipuler les nombres. Ils peuvent utiliser les algorithmes usuels ou d'autres stratégies comme décomposer le nombre (p. ex. 83 + 27 = (7 + 3) et (80 + 20) = 110). Au fur et à mesure que les habiletés en calcul des élèves se développent, les stratégies qu'ils utilisent pour trouver la solution deviennent plus efficaces (Hickendorff et al., 2019).

Afin de résoudre rapidement et efficacement les problèmes de calcul avec regroupement, les élèves doivent traiter l'information sur la valeur de position. Les enfants qui rencontrent des difficultés en mathématiques ont du mal à traiter la valeur de position. Comparés à leurs pairs, ces élèves mettent plus de temps à résoudre des problèmes d'arithmétique comportant des nombres à plusieurs chiffres et ils font plus d'erreurs (Lambert et Moeller, 2019).

Les élèves font différents types d'erreurs lorsqu'ils font de l'arithmétique avec des nombres à plusieurs chiffres. Par exemple, dans le problème 32 – 18, les élèves peuvent faire des erreurs de calcul (32 – 18 = 15), soustraire le nombre le plus petit du plus grand (32 – 18 = 26), utiliser la mauvaise opération (32 – 18 = 50), faire des erreurs de regroupement ou ne pas regrouper (32 – 18 = 24). En examinant les erreurs des élèves, les enseignants peuvent juger du niveau des connaissances de leurs élèves et cibler leur enseignement en conséquence. La performance des élèves dans la tâche de calcul permettra aux enseignants de mieux comprendre l'évolution de la compréhension de la valeur de position chez leurs élèves et l'efficacité de leur utilisation des stratégies de calcul.

En résumé, on peut utiliser les tests provinciaux de dépistage en numératie pour évaluer une vaste gamme de compétences numériques chez les élèves de la maternelle à la 4e année. Les compétences numériques qui y sont évaluées sont basées sur la recherche cognitive et prennent leur source dans les théories sur le développement de la pensée mathématique. Les tests permettent d'évaluer un éventail varié d'habiletés, des aptitudes élémentaires à compter tout haut aux compétences de fluidité arithmétique plus avancées. Les enseignants peuvent utiliser les résultats des élèves aux tests de façon globale, pour juger du niveau de compétences de leur classe, ou de façon plus spécifique pour identifier les élèves dont les compétences liées aux nombres sont faibles. Les enseignants peuvent ensuite personnaliser et cibler leur enseignement de façon à combler les lacunes dans les connaissances en numératie des élèves.

Références bibliographiques

Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24*(5), 684–704. https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424

Bailey, D. H., Siegler, R. S., & Geary, D. C. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental Science*, *17*(5), 775–785. https://doi.org/10.1111/desc.12155

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, *42*(1), 189–201. https://doi.org/10.1037/0012-1649.41.6.189

Bugden, S., Peters, L., Nosworthy, N., Archibald, L., & Ansari, D. (2020). Identifying children with persistent developmental dyscalculia from a 2-min test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing. *Mind, Brain, and Education*, mbe.12268. https://doi.org/10.1111/mbe.12268

Campbell, J. I. D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General, 130*(2), 299–315. https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.299

Carey, S., & Barner, D. (2019). Ontogenetic origins of human integer representations. *Trends in Cognitive Sciences,* in press, 1–13. https://doi.org/10.1016/j.tics.2019.07.004

Chard, D. J., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using Measures of Number Sense to Screen for Difficulties in Mathematics: Preliminary Findings. *Assessment for Effective Intervention, 30*(2), 3–14. https://doi.org/10.1177/073724770503000202

Clayton, F. J., Copper, C., Steiner, A. F., Banfi, C., Finke, S., Landerl, K., & Göbel, S. M. (2020). Two-digit number writing and arithmetic in Year 1 children: Does number word inversion matter? *Cognitive Development*, *56*(April), 1–14. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2020.100967

Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D.-L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M., & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, *103*(4), 786–803. https://doi.org/10.1037/a0024556

Crooks, N. M., & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review*, *34*(4), 344–377. https://doi.org/10.1016/j.dr.2014.10.001

DeStefano, D., & LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 16*, 353–386. https://doi.org/10.1080/09541440244000328

Devlin, B. L., Jordan, N. C., & Klein, A. (2022). Predicting mathematics achievement from subdomains of early number competence: Differences by grade and achievement level. *Journal of Experimental Child Psychology, 217*, 105354. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2021.105354

Di Lonardo Burr, S., Xu, C., Douglas, H., LeFevre, J.-A., & Susperreguy, M. I. (2022). Walking another pathway: The inclusion of relational reasoning in the pathways to mathematics model. *Journal of Educational Psychology*.

Friedman, N. P., & Miyake, A. (2017). Unity and diversity of executive functions: Individual differences as a window on cognitive structure. *Cortex 86*, 186–204. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2016.04.023

Fyfe, E. R., Rittle-Johnson, B., & DeCaro, M. S. (2012). The effects of feedback during exploratory mathematics problem solving: Prior knowledge matters. *Journal of Educational Psychology*, *104*(4), 1094–1108. https://doi.org/10.1037/a0028389

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1990). The what and how of counting. In *Cognition* (Vol. 34, Issue 2, pp. 197–199). https://doi.org/10.1016/0010-0277(90)90043-J

Gasteiger, H., & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *Journal of Experimental Child Psychology 204*, 105060. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105060

Gray, S. A., & Reeve, R. A. (2014). Preschoolers' dot enumeration abilities are markers of their arithmetic competence. *PloS One*, *9*(4), e94428. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0094428

Gray, S. A., & Reeve, R. A. (2016). Number-specific and general cognitive markers of preschoolers' math ability profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, *147*, 1–21. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.02.004

Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, *79*(4), 329–343. https://doi.org/10.1037/h0032950

Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, *102*(2), 395–406. https://doi.org/10.1037/a0017486

Hawes, Z., Nosworthy, N., Archibald, L., & Ansari, D. (2019). Kindergarten children's symbolic number comparison skills predict 1st grade mathematics achievement: Evidence from a two-minute paper-and-pencil test. *Learning and Instruction, 59*(January 2018), 21–33. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.09.004

Hickendorff, M., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2019). Multi-digit addition, subtraction, multiplication, and division strategies. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (pp. 543–560). https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_32

Hornburg, C. B., Schmitt, S. A., Purpura, D. J., & Hornburg, C. B. (2018). Relations between preschoolers' mathematical language understanding and specific numeracy skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, *176*, 84–100. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.07.005

Hurst, M. A., Anderson, U., & Cordes, S. (2017). Mapping among number words, numerals, and nonsymbolic quantities in preschoolers. *Journal of Cognition and Development*, *18*(1), 41–62. https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1228653

Hutchison, J. E., Ansari, D., Zheng, S., De Jesus, S., & Lyons, I. M. (2022). *Extending ideas of numerical order beyond the count-list from kindergarten to first grade*. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2022.105019

Imbo, I., Vanden Bulcke, C., De Brauwer, J., & Fias, W. (2014). Sixty-four or four-and-sixty? The influence of language and working memory on children's number transcoding. *Frontiers in Psychology, 5*(April), 1–10. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00313

Jiménez Lira, C., Carver, M., Douglas, H., & LeFevre, J.-A. A. (2017). The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition*, 166, 382–397. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.05.033

Kalra, P. B., Hubbard, E. M., & Matthews, P. G. (2020). Taking the relational structure of fractions seriously: Relational reasoning predicts fraction knowledge in elementary school children. *Contemporary Educational Psychology*, *62*, 101896. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101896

Kamawar, D., LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B., & Penner-Wilger, M. (2010). Knowledge of counting principles: How relevant is order irrelevance? *Journal of Experimental Child Psychology, 105*(1–2), 138–145. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.08.004

Knuth, E. J., Stephens, A. C., Mcneil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(4), 297–312. http://www.jstor.org/stable/30034852

Lambert, K., & Moeller, K. (2019). Place-value computation in children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *178*, 214–225. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.008

LeFevre, J.-A., DeStefano, D., Coleman, B., & Shanahan, T. (2005). Mathematical cognition and working memory. *Handbook of Mathematical Cognition*, 377–508. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81(6), 1753–1767. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508

LeFevre, J.-A., Jimenez Lira, C., Sowinski, C., Cankaya, O., Kamawar, D., & Skwarchuk, S.-L. (2013). Charting the role of the number line in mathematical development. *Frontiers in Psychology*, *4*, 641. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00641

LeFevre, J.-A., & Liu, J. (1997). The role of experience in numerical skill: Multiplication performance in adults from Canada and China. *Mathematical Cognition*, *3*(1), 31–62. https://doi.org/10.1080/135467997387470

LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., Penner-Wilger, M., Bisanz, J., & Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, *93*(4), 285–303. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.11.002

Lin, X. (2020). Investigating the unique predictors of word-problem solving using meta-analytic structural equation modeling. *Educational Psychology Review*. https://doi.org/10.1007/s10648-020-09554-w

Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A. R., Purpura, D. J., & Litkowski, E. C. (2020). When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge. *Journal of Experimental Child Psychology*, *195*, 104846. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104846

Lyons, I. M., & Ansari, D. (2015). Foundations of children's numerical and mathematical skills. In *Advances in child development and behavior* (1st ed., Vol. 48, pp. 93–116). Elsevier Inc. https://doi.org/10.1016/bs.acdb.2014.11.003

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2013). Ordinality and the nature of symbolic numbers. *Journal of Neuroscience*, *33*(43), 17052–17061. https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.1775-13.2013

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, 17(5), 714–726. https://doi.org/10.1111/desc.12152

McNeil, N. M., Grandau, L., Knuth, E. J., Alibali, M. W., Stephens, A. C., Hattikudur, S., & Krill, D. E. (2006). Middle-school students' understanding of the equal sign: The books they read can't help. *Cognition and Instruction*, *24*(3), 367–385. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2403_3

Moura, R., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., & Haase, V. G. (2013). Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: The role of working memory and procedural and lexical competencies. *Journal of Experimental Child Psychology*, *116*(3), 707–727. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.07.008

Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Arithmetic Competence. *PLoS ONE, 8*(7). https://doi.org/10.1371/journal.pone.0067918

Peng, P., Lin, X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J., & Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, *146*(7), 595–634. https://doi.org/10.1037/bul0000231

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, *108*(4), 455–473. https://doi.org/10.1037/edu0000079

Prather, R. W., & Alibali, M. W. (2009). The development of arithmetic principle knowledge: How do we know what learners know? *Developmental Review*, *29*(4), 221–248. https://doi.org/10.1016/j.dr.2009.09.001

Price, G. R., Mazzocco, M. M. M., & Ansari, D. (2013). Why mental arithmetic counts: Brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores. *Journal of Neuroscience*, *33*(1), 156–163. https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.2936-12.2013

Purpura, D. J., Baroody, A. J., & Lonigan, C. J. (2013). The transition from informal to formal mathematical knowledge: Mediation by numeral knowledge. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 453–464. https://doi.org/10.1037/a0031753

Purpura, D. J., & Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*, *122*(1), 104–121. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.12.009

Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2015). Early Numeracy Assessment: The Development of the Preschool Early Numeracy Scales. *Early Education and Development*, *26*(2), 286–313. https://doi.org/10.1080/10409289.2015.991084

Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, *36*, 259–268. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020

Purpura, D. J., Reid, E. E., Eiland, M. D., & Baroody, A. J. (2015). Using a Brief Preschool Early Numeracy Skills Screener to Identify Young Children With Mathematics Difficulties. *School Psychology Review*, *44*(1), 41–59. https://doi.org/10.17105/SPR44-1.41-59

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 110–122. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, *91*(1), 175–189. https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.1.175

Robinson, K. M. (2017). The Understanding of Additive and Multiplicative Arithmetic Concepts. In D. C. Geary, D. B. Berch, R. J. Ochsendorf, & K. Mann Koepke (Eds.), *Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts* (pp. 21–46). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00002-3

Robinson, K. M., & Dubé, A. K. (2012). Children's Use of Arithmetic Shortcuts: The Role of Attitudes in Strategy Choice. *Child Development Research*, *2012*, 1–10. https://doi.org/10.1155/2012/459385

Robinson, K. M., & LeFevre, J.-A. (2011). The inverse relation between multiplication and division: Concepts, procedures, and a cognitive framework. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(3), 409–428. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9330-5

Sasanguie, D., Lyons, I. M., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2017). Unpacking symbolic number comparison and its relation with arithmetic in adults. *Cognition*, *165*, 26–38. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.04.007

Sasanguie, D., & Vos, H. (2018). About why there is a shift from cardinal to ordinal processing in the association with arithmetic between first and second grade. *Developmental Science*, 21(5), e12653. https://doi.org/10.1111/desc.12653

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science 20*(3), e12372. https://doi.org/10.1111/desc.12372

Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017, January 3). Numerical development. In *Annual Review of Psychology*. Annual Reviews. https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010416-044101

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, *23*(7), 691–697. https://doi.org/10.1177/0956797612440101

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games-but not circular ones-improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545–560. https://doi.org/10.1037/a0014239

Simmons, F. R., Willis, C., & Adams, A.-M. (2012). *Different components of working memory have different relationships with different mathematical skills*. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.08.011

Simsek, E., Jones, I., Hunter, J., & Xenidou-Dervou, I. (2021). Mathematical equivalence assessment: Measurement invariance across six countries. *Studies in Educational Evaluation*, *70*(November 2020), 101046. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2021.101046

Skwarchuk, S. L., & Anglin, J. M. (2002). Children's acquisition of the English cardinal number words: A special case of vocabulary development. *Journal of Educational Psychology*, *94*(1), 107–125. https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.1.107

Sowinski, C., LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Kamawar, D., Bisanz, J., & Smith-Chant, B. L. (2015). Refining the quantitative pathway of the Pathways to Mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology*, *131*, 73–93. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.11.004

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, *18*(6), 565–579. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.01

Toll, S. W. M., & Van Luit, J. E. H. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children*, *81*(1), 64–78. https://doi.org/10.1177/0014402914532233

Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2016). Symbolic Numerical Magnitude Processing Is as Important to Arithmetic as Phonological Awareness Is to Reading. *PLOS ONE*, *11*(3), e0151045. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0151045

Xu, C., Lafay, A., Douglas, H., Di Lonardo Burr, S., LeFevre, J.-A., Osana, H. P., Skwarchuk, S., Wylie, J., Simms, V., & Maloney, E. A. (2021). The role of mathematical language skills in arithmetic fluency and word-problem solving for first- and second-language learners. *Journal of Educational Psychology*, 1–29. https://doi.org/10.1037/edu0000673

Xu, C., & LeFevre, J. A. (2016). Training young children on sequential relations among numbers and spatial decomposition: Differential transfer to number line and mental transformation tasks. *Developmental Psychology*, *52*(6), 854–866. https://doi.org/10.1037/dev0000124

Xu, C., & LeFevre, J.-A. (2021). Children’s knowledge of symbolic number in grades 1 and 2: Integration of associations. *Child Development*, *92*(3), 1099–1117. https://doi.org/10.1111/cdev.13473

Xu, C., LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Di Lonardo Burr, S., Lafay, A., Wylie, J., Osana, H. P., Douglas, H., Maloney, E. A., & Simms, V. (2021). Individual differences in the development of children’s arithmetic fluency from grades 2 to 3. *Developmental Psychology*, *57*(7), 1067–1079. https://doi.org/10.1037/dev0001220

Zhang, X., & Lin, D. (2015). Pathways to arithmetic: The role of visual-spatial and language skills in written arithmetic, arithmetic word problems, and nonsymbolic arithmetic. *Contemporary Educational Psychology*, *41*, 188–197. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.01.005

Zippert, E. L., Douglas, A. A., & Rittle-Johnson, B. (2020). Finding patterns in objects and numbers: Repeating patterning in pre-K predicts kindergarten mathematics knowledge. *Journal of Experimental Child Psychology*, *200*, 104965. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104965